



Laboratoire
Environnement,
Géomécanique
& Ouvrages

**Identification de la perméabilité des
argilites de Meuse/Haute-Marne
en conditions partiellement saturées :
modélisations linéaires et non linéaires
d'essais de séchage**

A. Giraud, F. Homand, R. Giot, A. Koriche

recherches réalisées en partenariat avec l'ANDRA
et EDF (modélisation, Code_Aster)

Plan

1. Dispositif expérimental
2. Cadre de modélisation et hypothèses
3. Le problème posé : données / inconnues
4. Modélisation : démarche et mise en oeuvre
5. Résultats (1D – linéaire / 2D axisymétrie - non linéaire)
6. Conclusions

principe de l'essai

échantillon placé dans une enceinte à humidité relative contrôlée

variation d'humidité relative → variation de masse

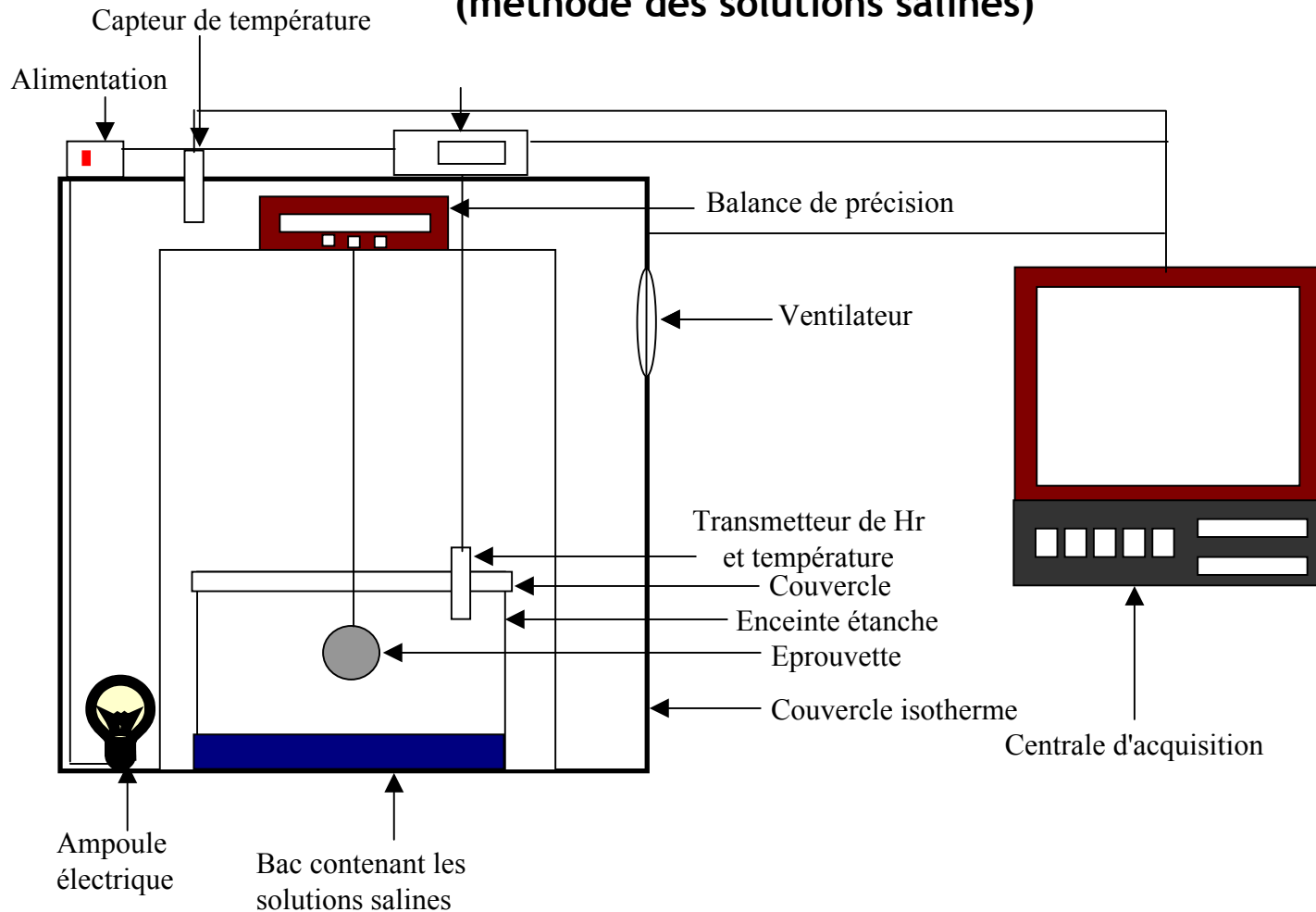
perméabilité recherchée liée à la cinétique de variation de masse

contexte très faibles perméabilités :

compromis durée essai (~ semaines) - précision mesures de masse

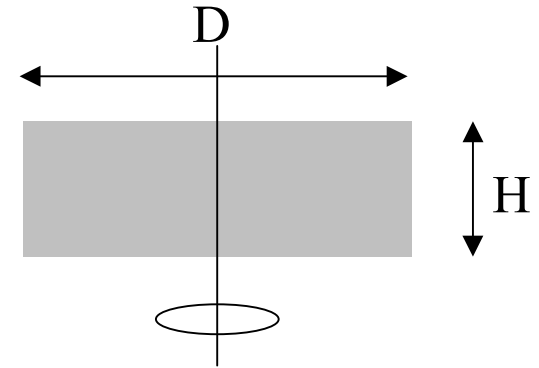
perméabilité estimée après **analyse inverse**

dispositif expérimental : caractérisation des perméabilités en milieu partiellement saturé (méthode des solutions salines)



spécificité des roches peu perméables (argilites) & porosité modérée :
très faibles variations de masse (→ difficultés expérimentales)

dispositif expérimental



$$D \approx 50 \text{ mm} / H \approx 20 \text{ mm}$$

$$V \approx 40 \text{ cm}^3, \text{ Porosité} \approx 10\text{-}15\%$$

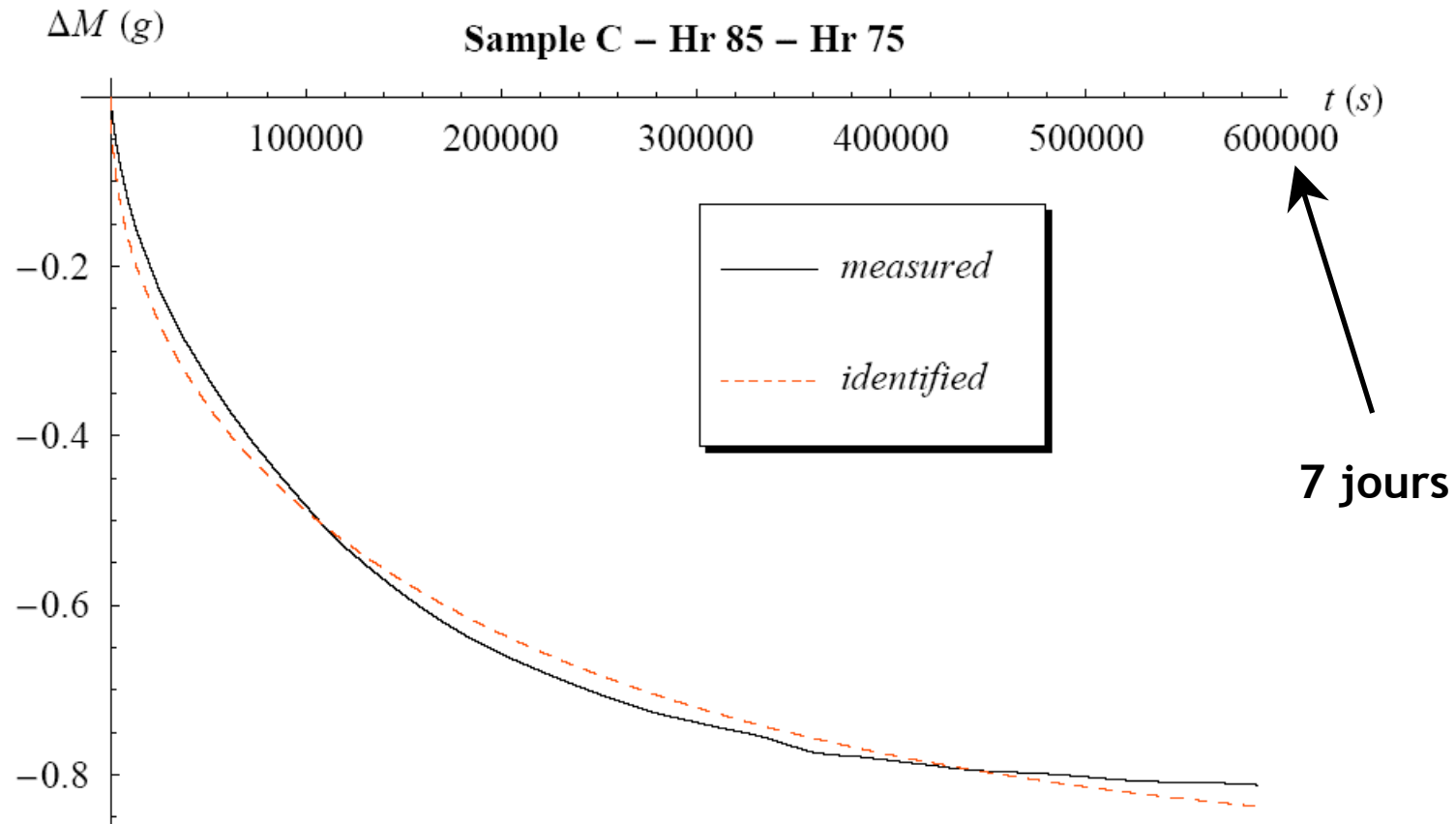
$$\text{Masse}_{lq \text{ max}} = 6 \text{ g}$$

→ grande précision dans les mesures de masse

Forte sensibilité des mesures aux variations de température

→ régulation précise température externe

résultat de l'essai : exemple



évolution de la masse de l'échantillon au cours du temps

Plan

1. Dispositif expérimental
2. Cadre de modélisation et hypothèses
3. Le problème posé : données / inconnues
4. Modélisation : démarche et mise en oeuvre
5. Résultats (1D – linéaire / 2D axisymétrie - non linéaire)
6. Conclusions

cadre théorique & hypothèses

mécanique des milieux poreux partiellement saturés

(Biot 1941, Coussy 2004)

comportement poroélastique non linéaire

(évolutions réversibles et isothermes)

$p_{gz} = p_{atm}$ (Richards) et diffusion de Fick négligeable

confirmée par analyse dimensionnelle et études de sensibilités

(Fick et perméabilité au gaz)

pour les milieux à faible perméabilité ($k_{in} < 10^{-19} \text{ m}^2$)

mécanisme de transport prépondérant dans l'échantillon =
transport de l'eau liquide par conduction de Darcy

évaporation à la surface extérieure de l'échantillon, au contact
de l'air à humidité relative contrôlée

Plan

1. Dispositif expérimental
2. Cadre de modélisation et hypothèses
3. Le problème posé : données / inconnues
4. Modélisation : démarche et mise en oeuvre
5. Résultats (1D – linéaire / 2D axisymétrie - non linéaire)
6. Conclusions

milieu indéformable (constituants indéformables)

→ équation de diffusion **non linéaire** découplée

$$-\phi S'_{lq}(p_{cp}) \frac{\partial p_{cp}}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_{lq}(p_{cp}) \nabla p_{cp})$$

$$p_{cp} = p_{gz} - p_{lq}$$

non linéarités :

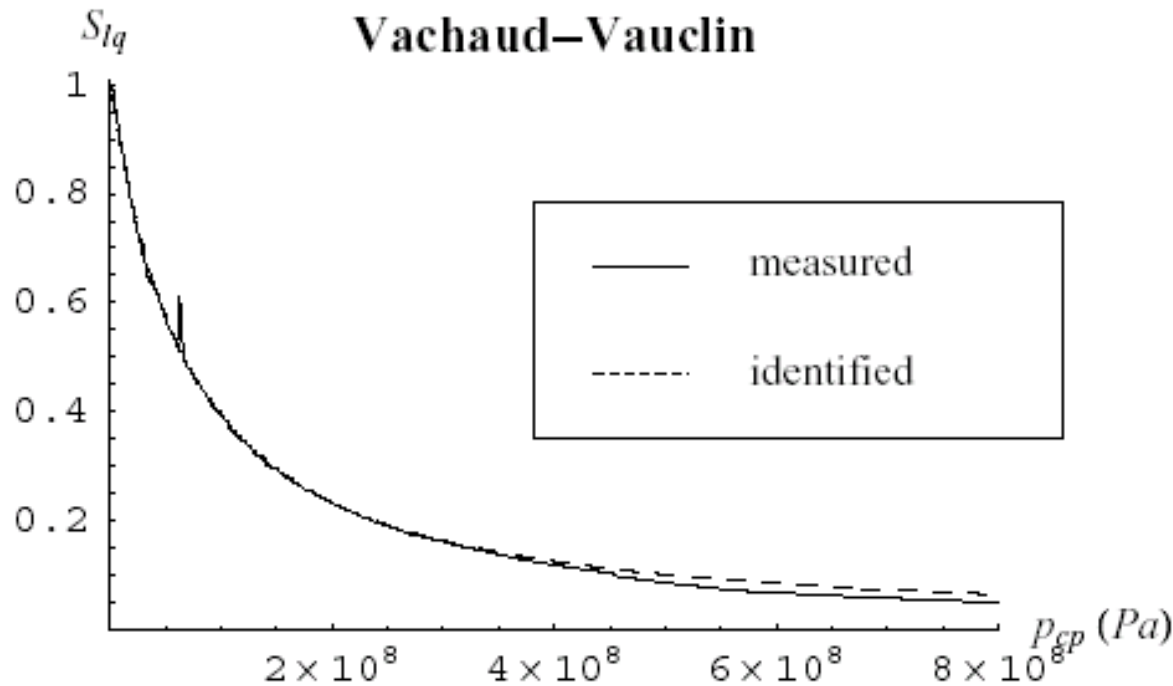
capacité capillaire (coef. emmagasinement équivalent) variable ↔ dérivée de la courbe saturation - pression capillaire

$$S_{lq}(p_{cp}) = \frac{a_{vv}}{a_{vv} + \left(\frac{p_{cp}}{10^4}\right)^{b_{vv}}}$$

perméabilité variable ↔ **perméabilité relative**

$$\lambda_{lq}(p_{cp}) = \frac{k_{in}}{\mu_{lq}} K_{lq}^{rel}(S_{lq}(p_{cp}))$$

données



isothermes adsorption désorption

(microgravimétrie, LEM Nancy, et solutions salines)

+ coefficients poroélastiques et perméabilité intrinsèque (cas saturé)

données : exemple (argilites Meuse/Haute-Marne)

Poroelastic data and dimensions

Depth	500	m
Biot coefficient b	0.75	
Drained bulk modulus K_o	$4.0 \cdot 10^9$	Pa
Initial radius R_0	$25 \cdot 10^{-3}$	m
Initial length L	$18 \cdot 10^{-3}$	m
Initial porosity ϕ_0	0.16	

$$S_{lq}(p_{cp}) = \frac{a_{vv}}{a_{vv} + \left(\frac{p_{cp}}{10^4}\right)^{b_{vv}}} \quad a_{vv} \sim 13900 \quad b_{vv} \sim 1.04 \quad \text{Vachaud Vauclin}$$

Pulse Test (cas saturé) → perméabilité intrinsèque $k_{in} \sim 10^{-20} \text{ m}^2$

inconnue = perméabilité relative

$$-\phi S'_{lq}(p_{cp}) \frac{\partial p_{cp}}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_{lq}(p_{cp}) \nabla p_{cp})$$

$$\lambda_{lq}(p_{cp}) = \frac{k_{in}}{\mu_{lq}} K_{lq}^{rel}(S_{lq}(p_{cp}))$$

Hypothèse de travail (problème non linéaire) :

$$K_{lq}^{rel}(S_{lq}) = \frac{1}{1 + (a_{lq}^{rel} (1 - S_{lq}))^{b_{lq}^{rel}}}$$

problème posé : estimer la perméabilité relative

Plan

1. Dispositif expérimental
2. Cadre de modélisation et hypothèses
3. Le problème posé : données / inconnues
4. Modélisation : démarche et mise en oeuvre
5. Résultats (1D – linéaire / 2D axisymétrie - non linéaire)
6. Conclusions

essai à humidité relative contrôlée : conditions initiales et aux limites

état initial uniforme :

$$p_{cp} = p_{gz} - p_{lq} \quad p_{cp}(\mathbf{x}, t = 0) = -\frac{\rho_{lq} R T}{M_{vp}^{ol}} \ln(h_r^0)$$

$$p_{vp}(\mathbf{x}, t = 0) = p_{vp}^{sat}(T) h_r^0$$

conditions aux limites de type Dirichlet

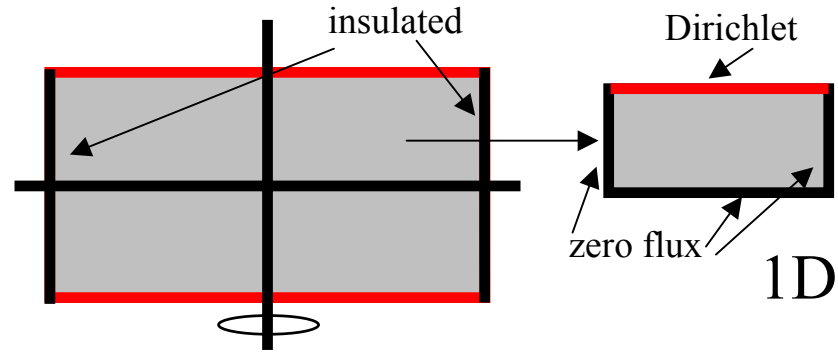
changement de solution saline → la pression capillaire est imposée sur le contour de l'éprouvette (relation de Kelvin)

$$t = 0^+ \quad \left[p_{cp}(\mathbf{x}, t = 0^+) \right]_{\mathbf{x} \in \partial\Omega} = -\frac{\rho_{lq} R T}{M_{vp}^{ol}} \ln(h_r^{imp})$$

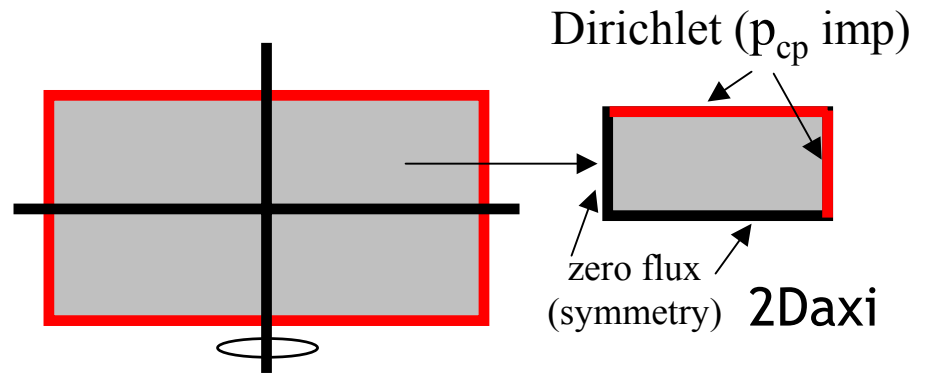
conditions aux limites

h_r imposée $\rightarrow p_{cp}$ imposée (Dirichlet)

1D+linéarisation
 \rightarrow solution analytique
(Olchitzky 2002)



2D axisymétrie+non linéaire
 \rightarrow modélisations EF
 \rightarrow approche inverse
(modules couplés HM Code_Aster)



modélisation : problèmes **direct** et **inverse**

- comportement **linéaire** et géométrie **1D** (flux radial négligé)

problème direct : solution explicite

problème inverse : calcul analytique des gradients

- 3) comportement **non linéaire** et géométrie **2D axisymétrique**

problème direct : solution numérique (EF : Code_Aster)

problème inverse : calcul des gradients par différences finies
(algorithme de recalage programmé dans Aster)

problème inverse : minimisation par Levenberg Marquardt

résultats attendus

- comportement **linéaire** et géométrie **1D** (flux radial négligé)
valeurs moyennes & ordres de grandeur corrects de perméabilité
et capacité capillaire pour un palier
vérification cohérence modèle non linéaire (capacité capillaire)

3) comportement **non linéaire** et géométrie **2D axisymétrique**
estimations plus précises des variations de propriétés en
prenant en compte une géométrie plus réaliste

Plan

1. Dispositif expérimental
2. Cadre de modélisation et hypothèses
3. Le problème posé : données / inconnues
4. Modélisation : démarche et mise en oeuvre
- 5. Résultats** (1D – linéaire / 2D axisymétrie - non linéaire)
6. Conclusions

Solution explicite pour le problème linéaire 1D

$$\Delta M_{lq}(t) = \Delta M_{lq}^{\infty} \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\exp(-\omega_n^2 D_0 t)}{(2n+1)^2} \right] \quad \omega_n = \frac{(2n+1)\pi}{L}$$

$$\Delta M_{lq}^{\infty} = -\rho_{lq} \Omega (p_{cp}^{imp} - p_{cp}^0) \eta_0$$

$$D_0 = \frac{\lambda_{lq}^0}{\eta_0}$$

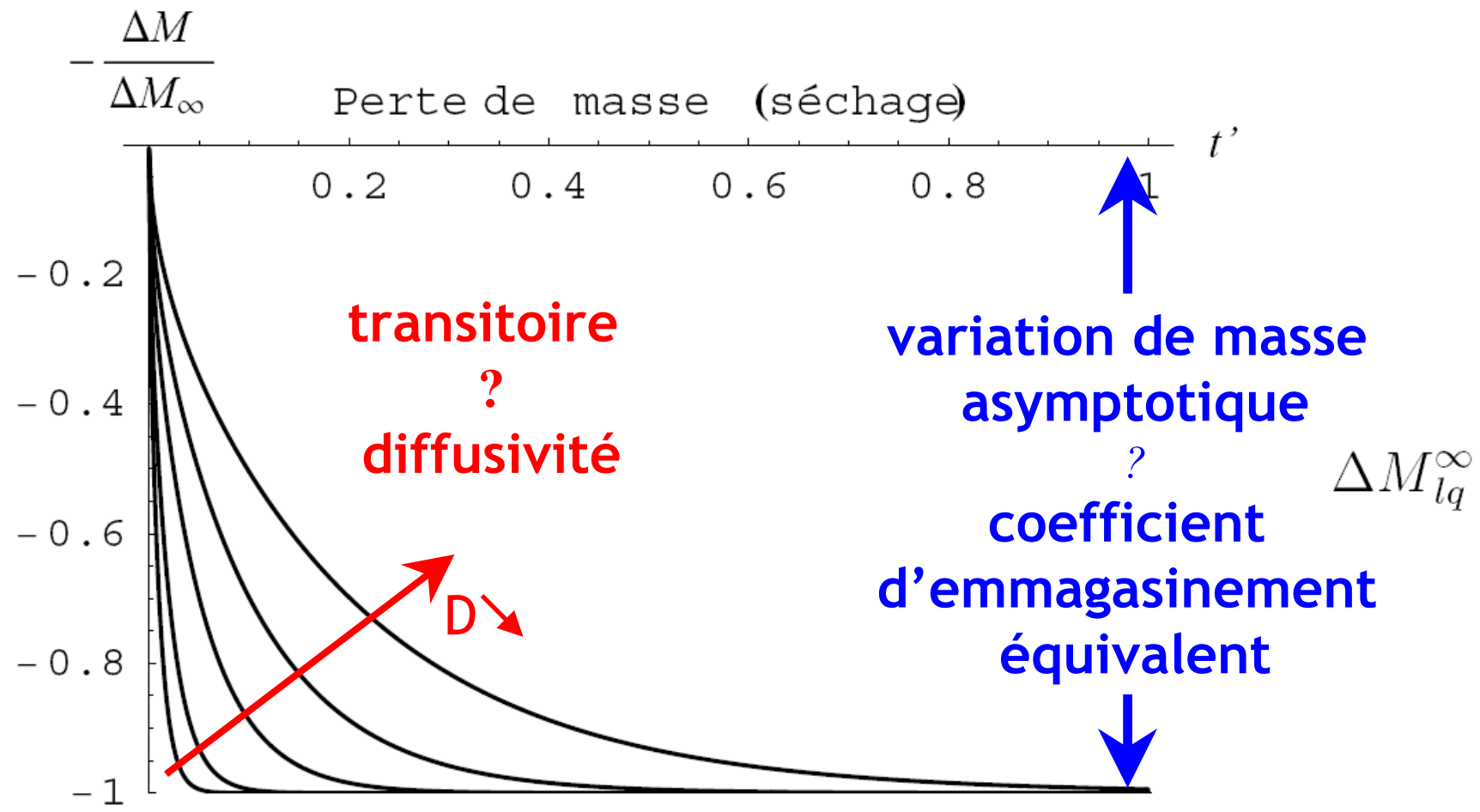
variation de masse asymptotique

?

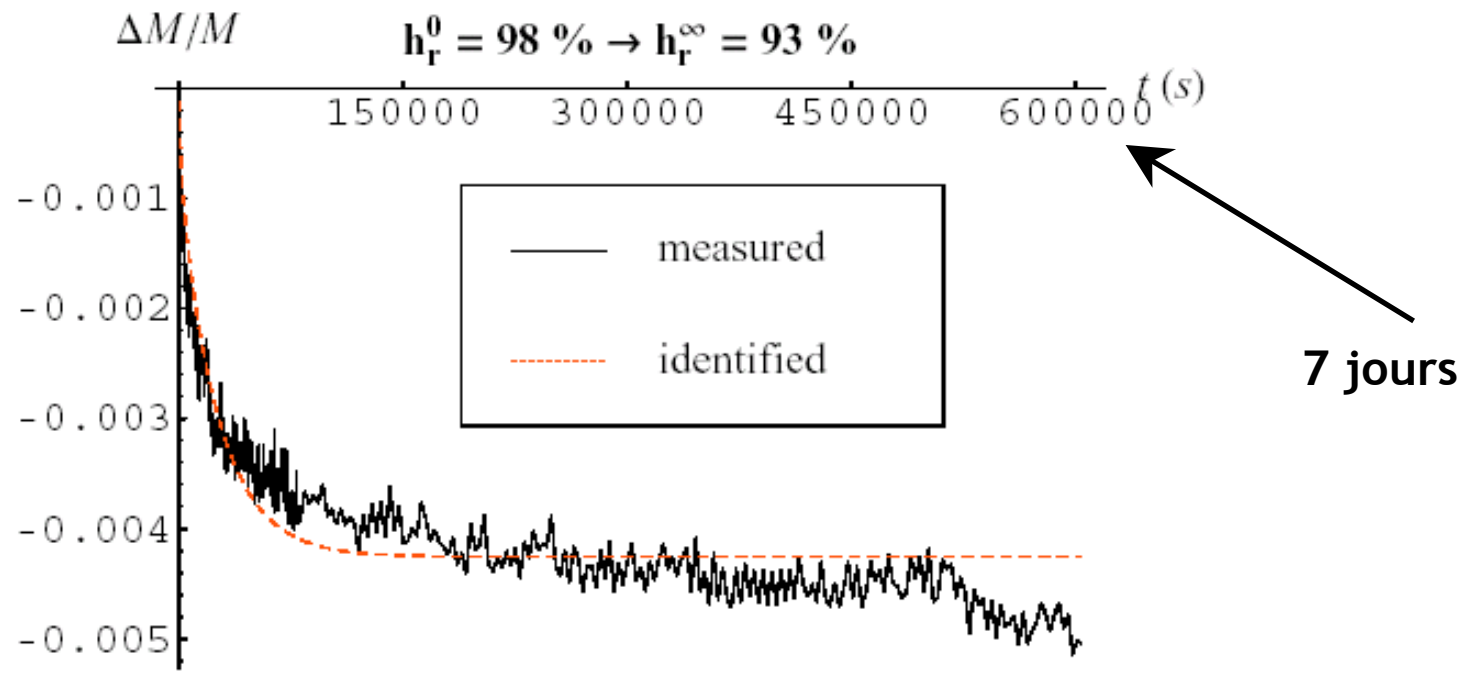
emmagasinement ou capacité

diffusivité ? transitoire

1. Dispositif exp. 2. Cadre 3. Problème posé 4. Modélisation 5. Résultats 6. Conclusions
 modèle linéaire →
 identification de 2 paramètres (approche inverse)



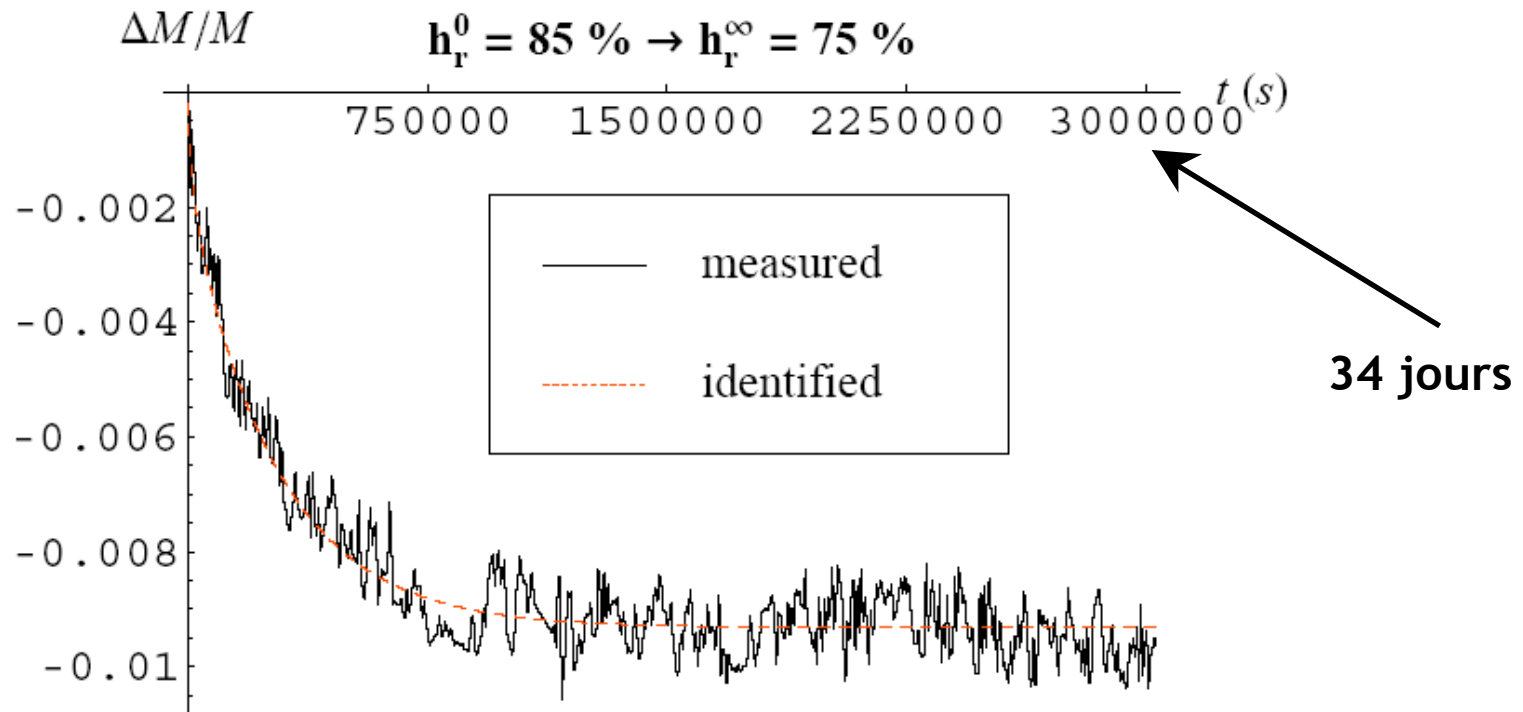
résultats (palier 1)



profondeur $H = 475$ m, porosité 0.16,
diffusivité
conductivité
perméabilité relative

$D = 1.2 \cdot 10^{-09} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
 $\lambda_{lq} = 1.9 \cdot 10^{-18} \text{ m}^2 \text{ Pa}^{-1} \text{ s}^{-1}$
 $K_{lq}^{rel} = 0.19$

résultats (palier 2)



profondeur $H = 475$ m, porosité 0.16,

diffusivité

$$D = 1.2 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

conductivité

$$\lambda_{lq} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2 \text{ Pa}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

perméabilité relative

$$\mathbf{K_{rel}^{lq} = 0.016}$$

commentaires

approche linéaire 1D



ordre de grandeur de la
perméabilité **moyenne** sur un palier

capacité capillaire moyenne obtenue **cohérente**
avec le modèle de comportement non linéaire
(dérivée courbe de rétention, porosité ...)

forte diminution de la perméabilité
dans le domaine partiellement saturé
(exemple : 1 ordre de grandeur entre les 2 paliers)

Plan

1. Dispositif expérimental
2. Cadre de modélisation et hypothèses
3. Le problème posé : données / inconnues
4. Modélisation : démarche et mise en oeuvre
- 5. Résultats** (1D – linéaire / **2D axisymétrie - non linéaire**)
6. Conclusions

approche 2D + modèle non linéaire

$$S_{lq}(p_{cp}) = \frac{a_{vv}}{a_{vv} + \left(\frac{p_{cp}}{10^4}\right)^{b_{vv}}} \quad \Bigg| \quad K_{lq}^{rel}(S_{lq}) = \frac{1}{1 + \left(a_{lq}^{rel} (1 - S_{lq})\right)^{b_{lq}^{rel}}}$$

Paramètres :

$$c = \{c_1, c_2\} = \{a_{vv}, a_{lq}^{rel}\}$$

a_{vv} ? influence perméabilité et emmagasinement

approche inverse pour identifier les 2 paramètres

influence seulement perméabilité

calculs direct 2D AXIS : Code_Aster

Modules couplés THM du *Code_Aster* (C. Chavant)

- modèle poroélastique non linéaire avec 2 pressions
changement de phase, Darcy généralisés + Fick
- modélisations THHM (ELAS, LIQU_VAPE_GAZ, HYDR_UTIL)
- algorithme Newton-Raphson pour le problème non linéaire transitoire
- exemple présenté : 70 instants de mesures considérés
- maillage : **990 éléments finis P2P1**
(quadratique déplacement - linéaire en pression)
3105 noeuds

calcul de masse

2 possibilités :

- intégration du flux sur le contour extérieur
- intégration sur le volume de l'apport de masse liquide
 m_{lq} (Code_Aster ? m_{lq} fait partie des *contraintes généralisées THM*, disponible en chaque nœud ou point de Gauss)

choix de la **méthode b)** car a) est très sensible au maillage

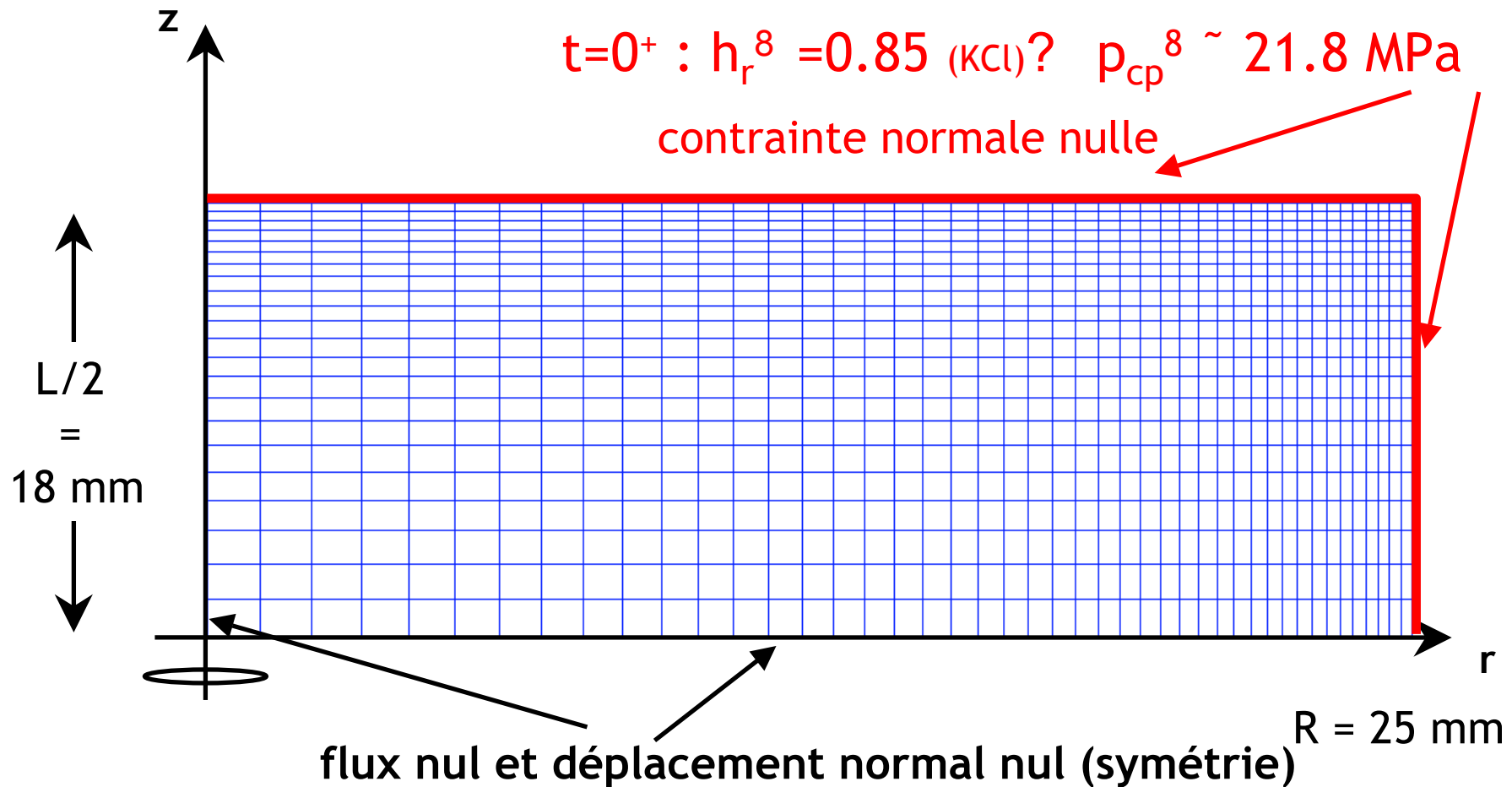
maillage fin nécessaire au voisinage des bords extérieurs
pour ne pas surestimer les variations de masse aux
temps petits (maillage progressif)

maillage 2D axisymétrique : quart de l'éprouvette

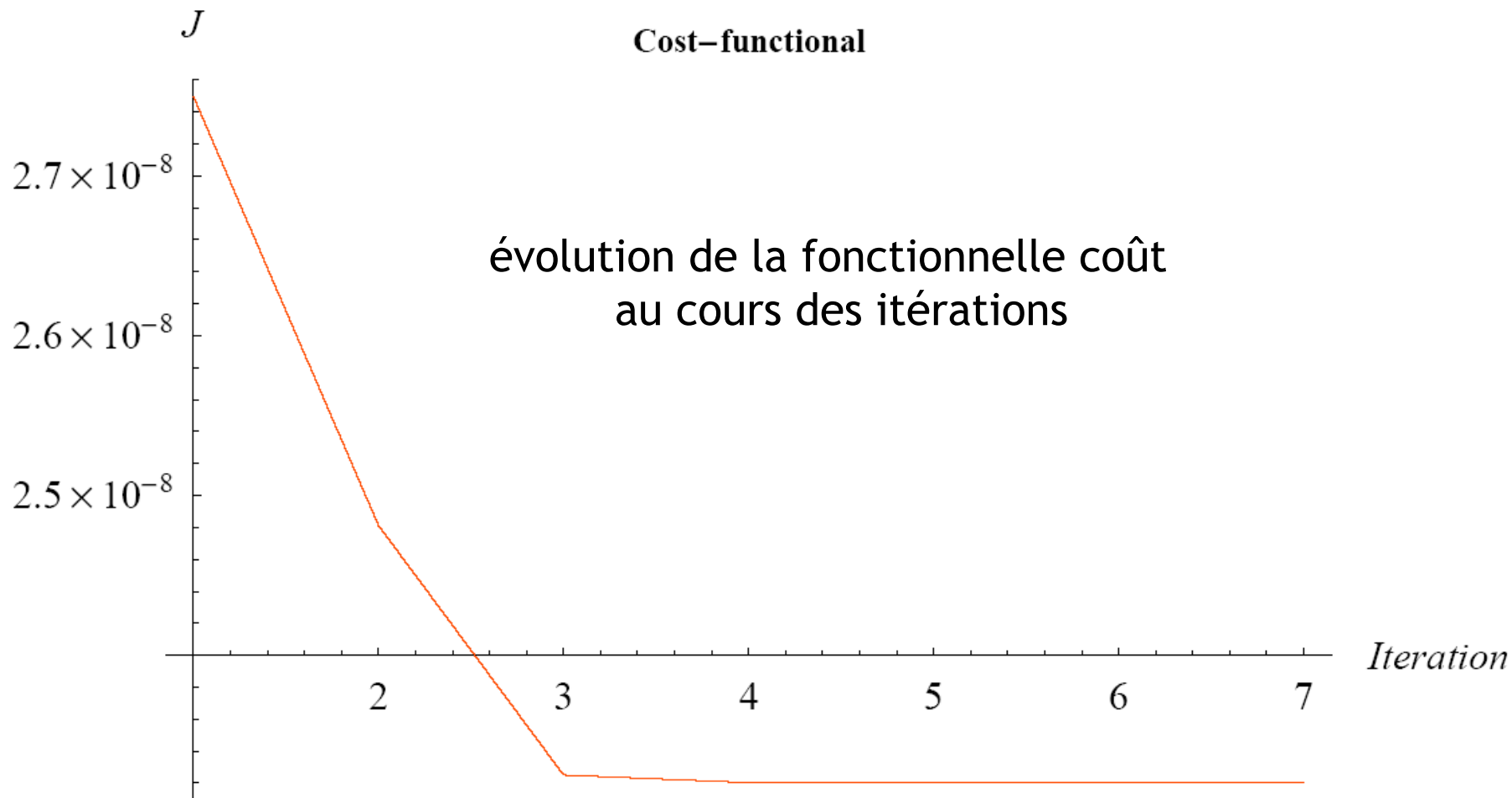
état initial : $h_r^0 = 0.93$ (KNO₃)? $p_{cp}^0 \sim 9.53$ MPa

$t=0^+$: $h_r^8 = 0.85$ (KCl)? $p_{cp}^8 \sim 21.8$ MPa

contrainte normale nulle

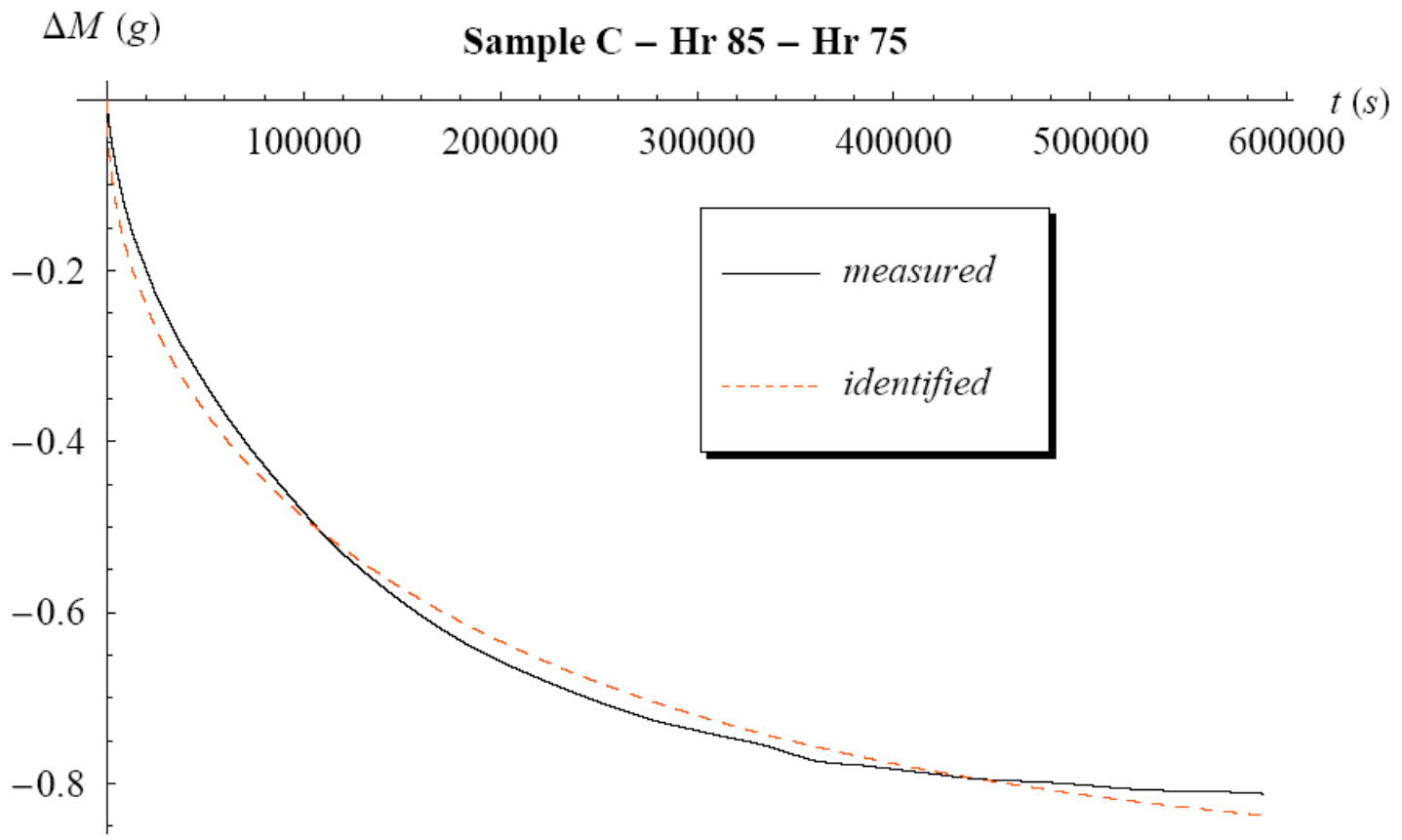


résultats : inversion

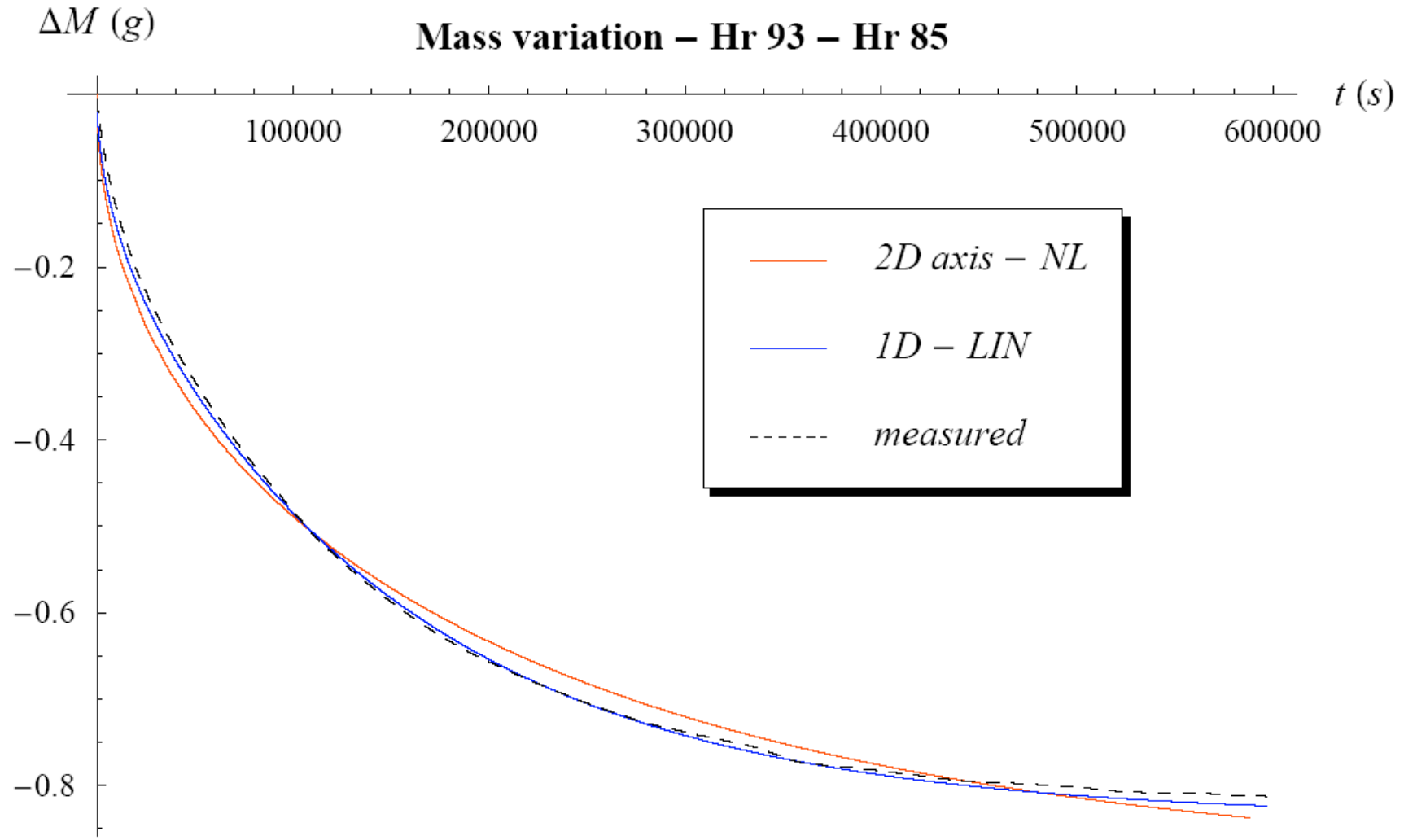


convergence de l'algorithme d'inversion en 6 itérations

comparaison masses calculée et mesurée

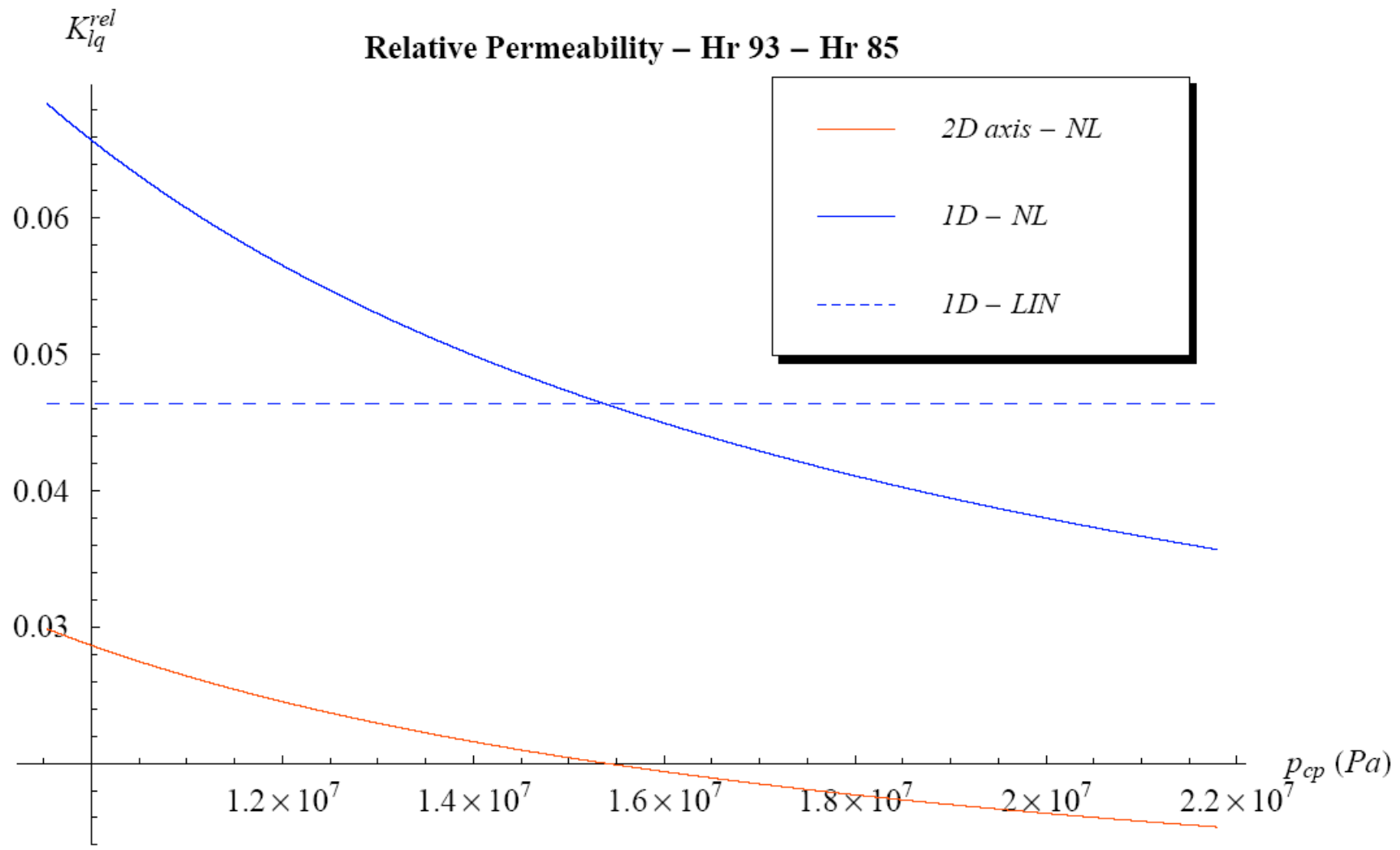


comparaison modélisation 2D NL - 1D LIN - mesures



ajustement très bon en 1D linéaire mais ...

perméabilité relative : 2D axis NL - 1D NL et 1D LIN

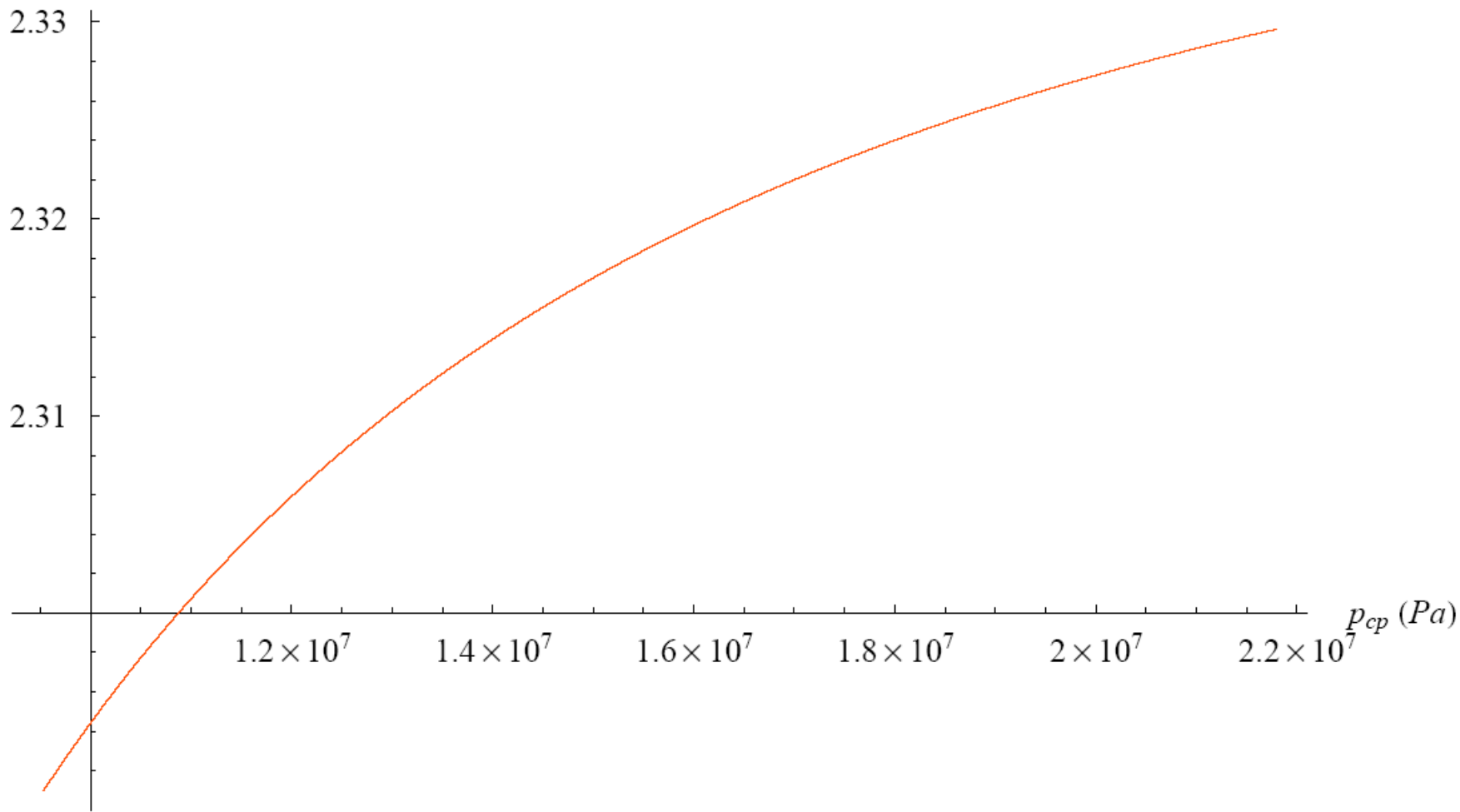


1D ? surestimation perméabilité relative

rapport perméabilité relative 1D NL / 2D axis NL

$$K_{lq}^{rel}(1D)/K_{lq}^{rel}(2D)$$

$$K_{lq}^{rel}(1D) / K_{lq}^{rel}(2D) - \text{Hr 93} - \text{Hr 85}$$



1D ? surestimation perméabilité relative facteur ~ 2

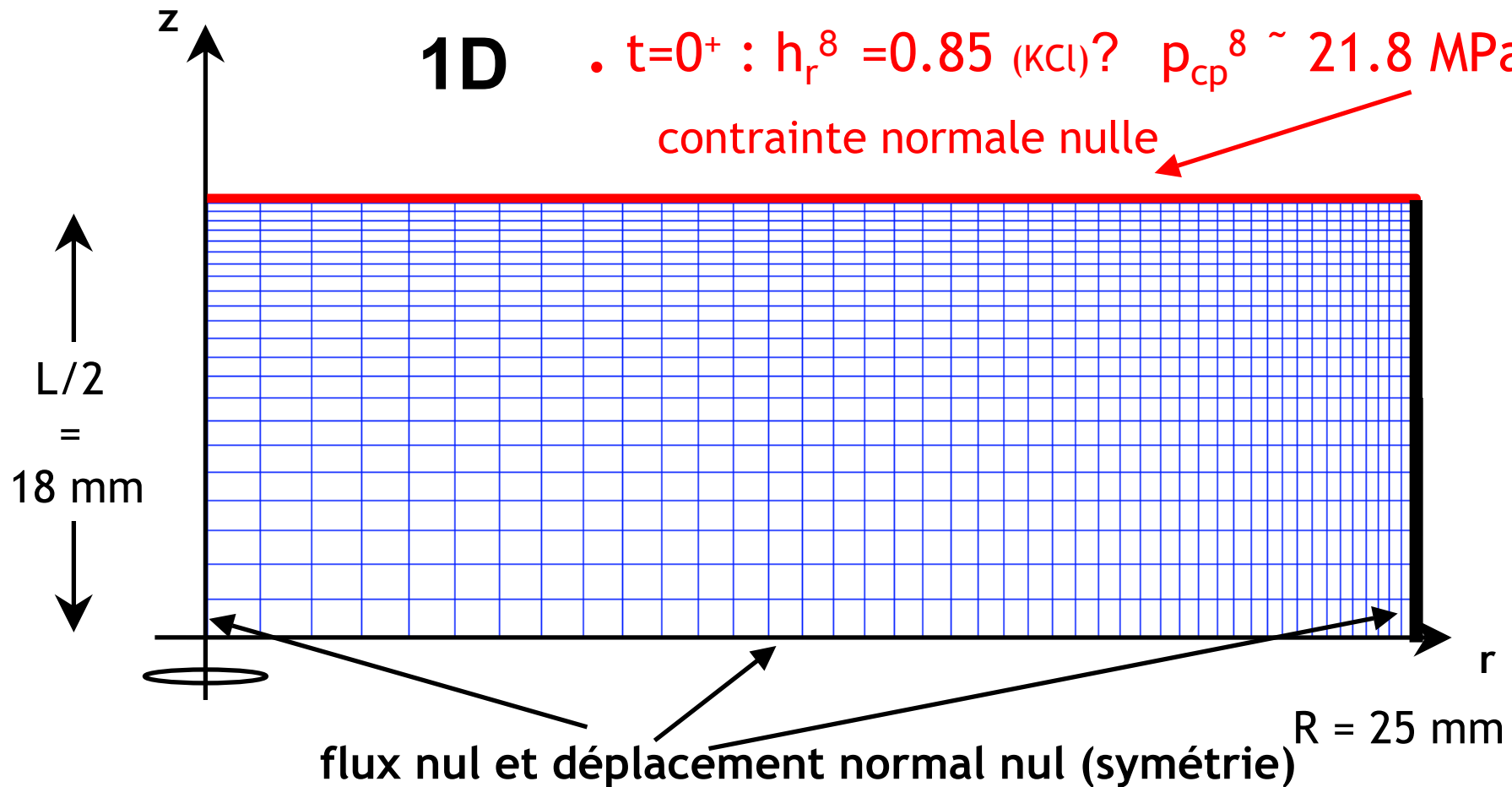
comparaison 2D axisymétrie - 1D (NL , Code_Aster)

état initial : $h_r^0 = 0.93$ (KNO₃)? $p_{cp}^0 \sim 9.53$ MPa

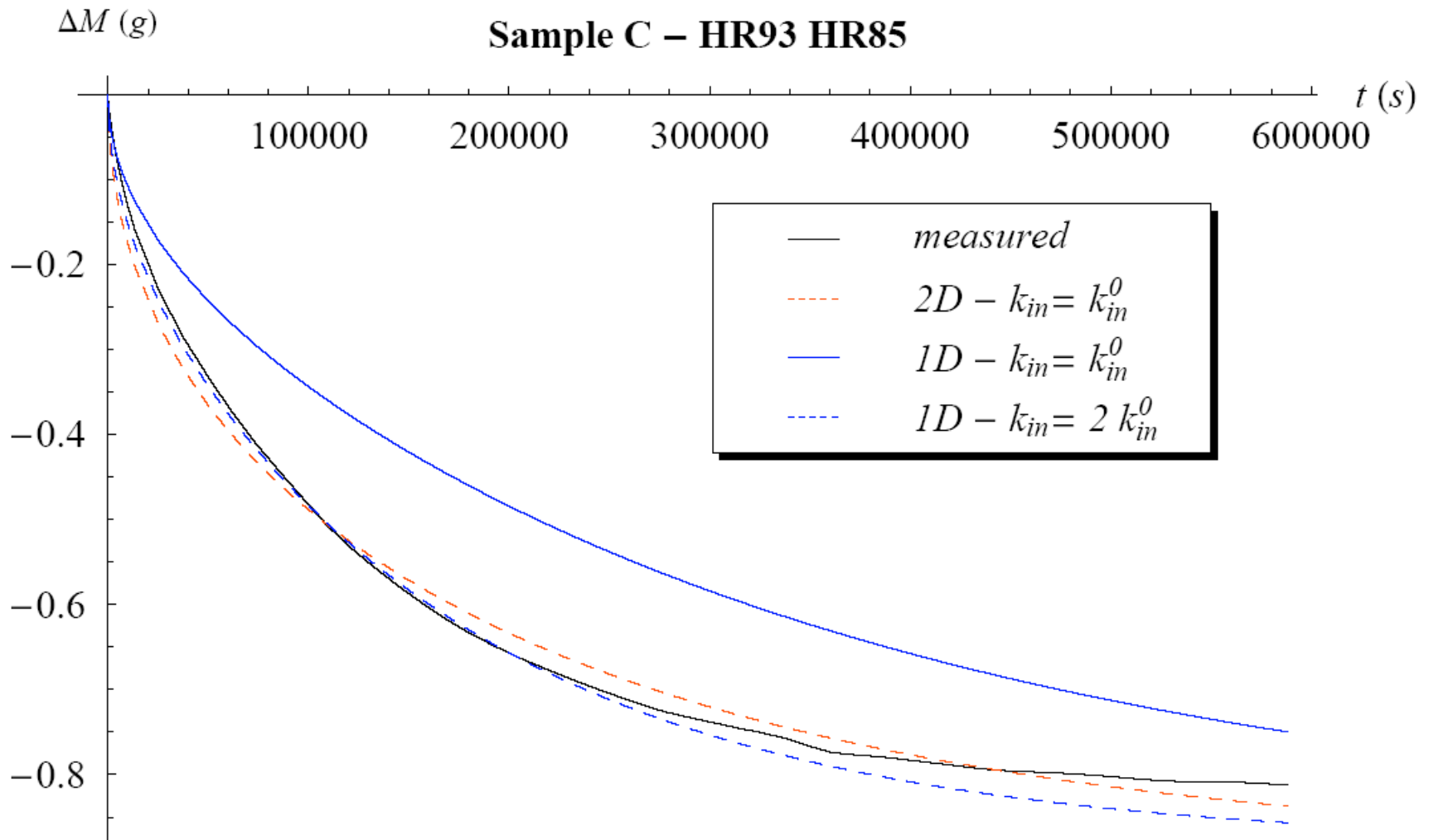
1D

$t=0^+ : h_r^8 = 0.85$ (KCl)? $p_{cp}^8 \sim 21.8$ MPa

contrainte normale nulle



Non linéaire : comparaison 2D axisymétrie - 1D



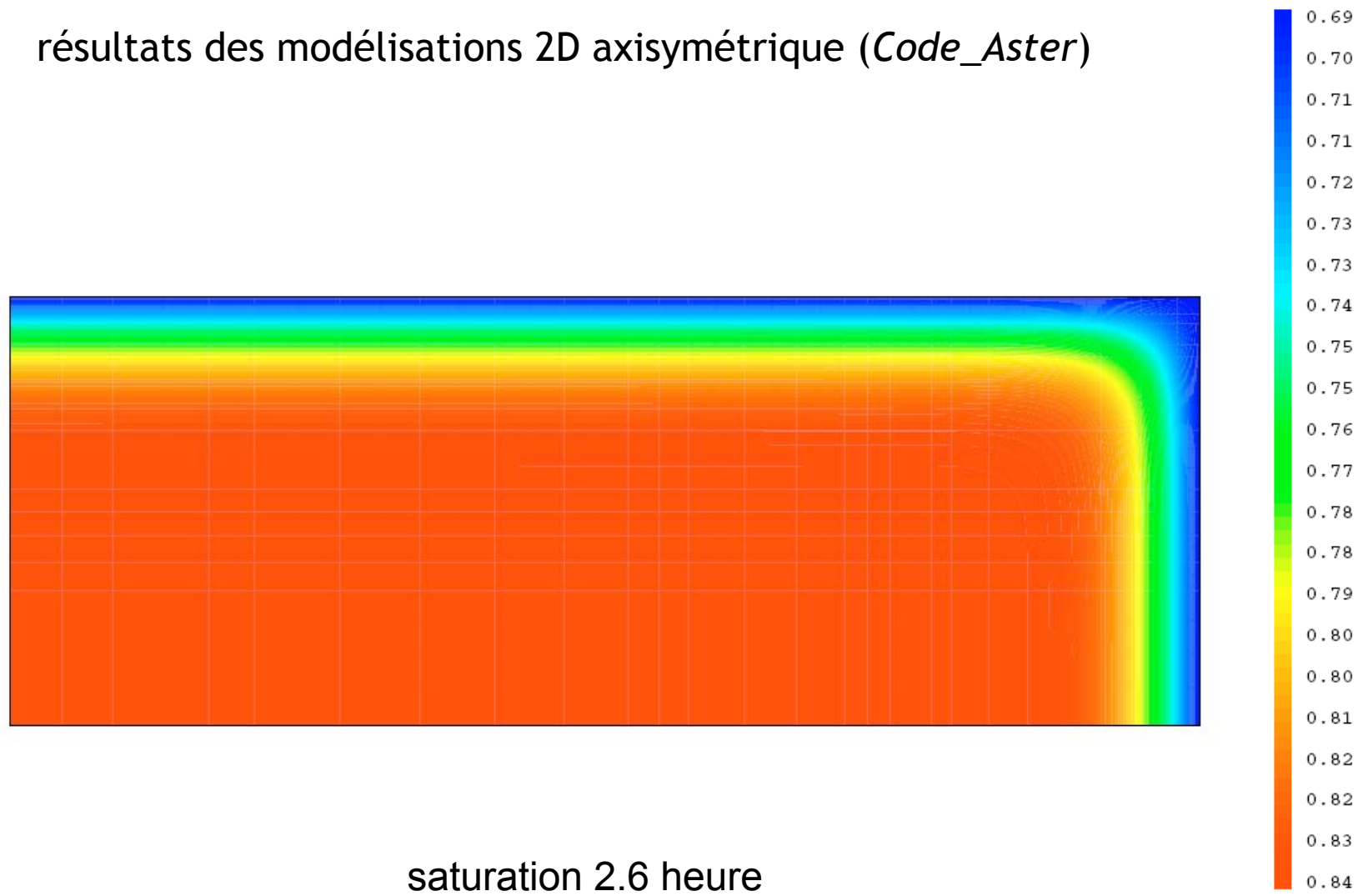
1D (flux radial négligé) ? perméabilité surestimée (~ facteur 2)

résultats des modélisations 2D axisymétrique (*Code_Aster*)



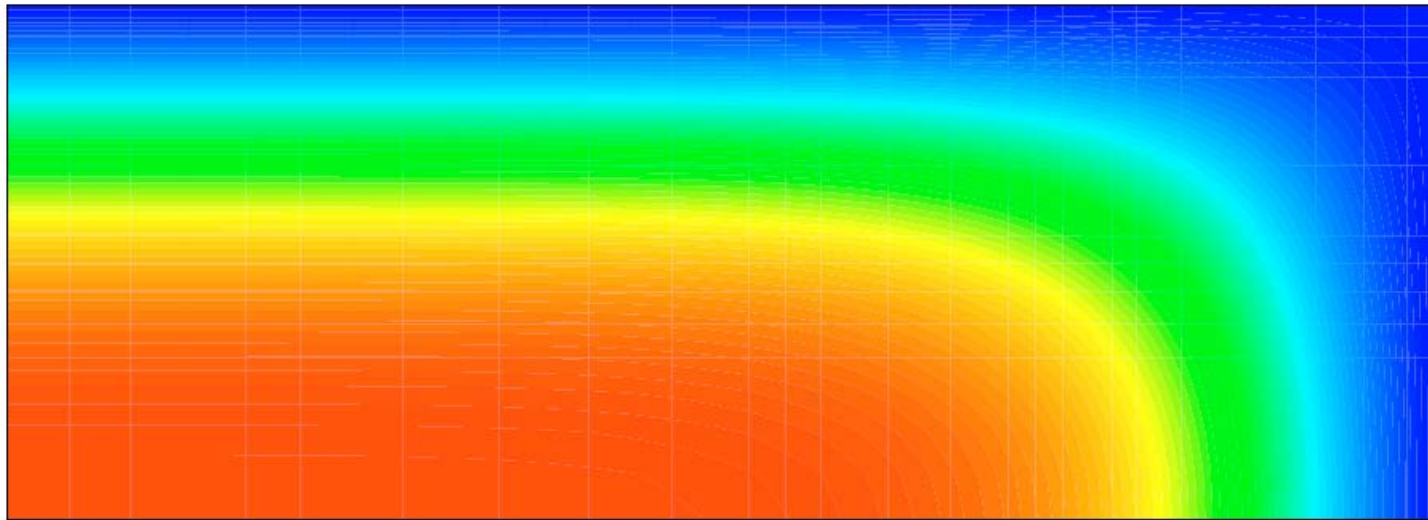
saturation 96 s

résultats des modélisations 2D axisymétrique (*Code_Aster*)



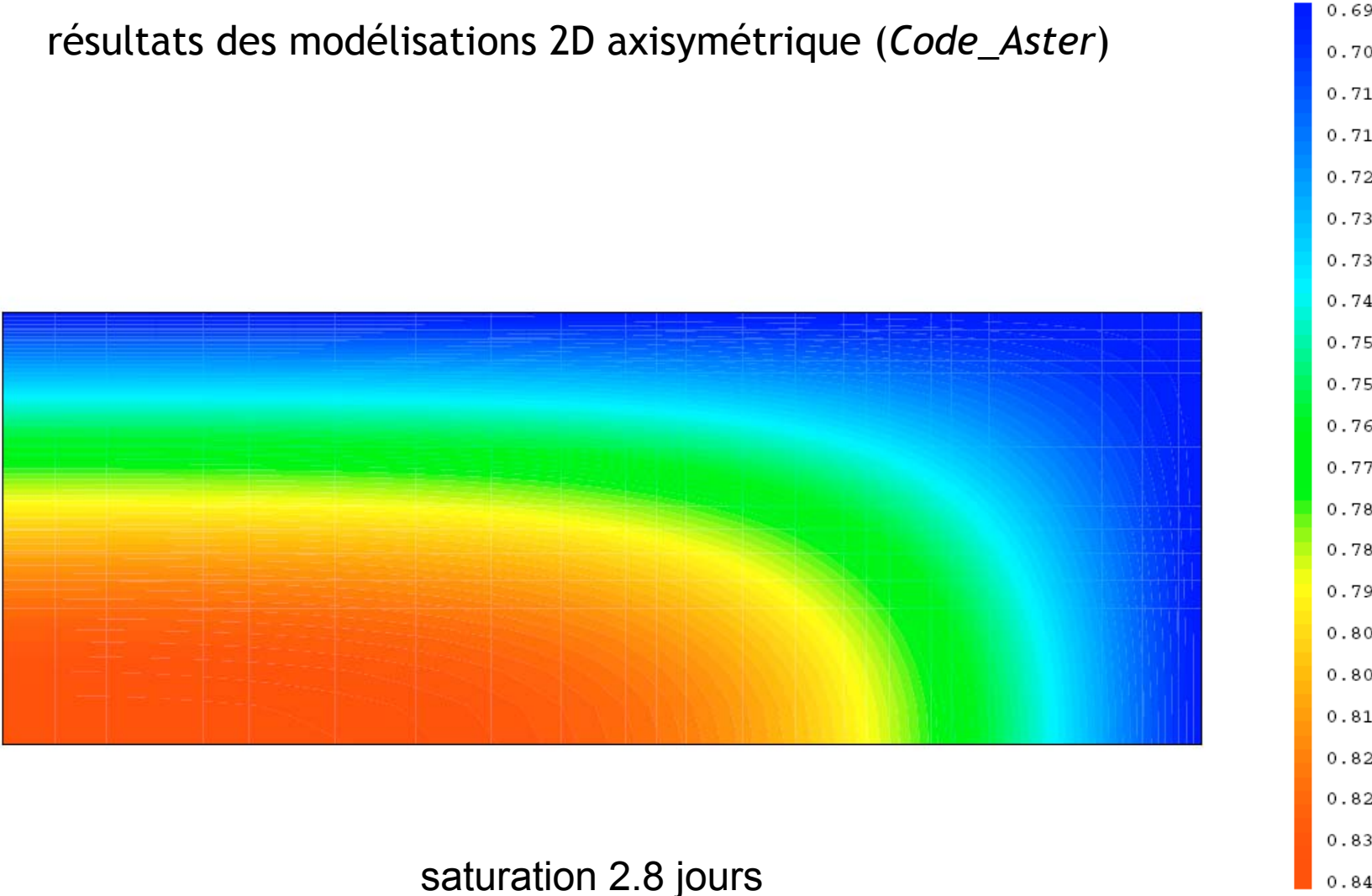
saturation 2.6 heure

résultats des modélisations 2D axisymétrique (*Code_Aster*)



saturation 1.4 jour

résultats des modélisations 2D axisymétrique (*Code_Aster*)



Plan

1. Dispositif expérimental
2. Cadre de modélisation et hypothèses
3. Le problème posé : données / inconnues
4. Modélisation : démarche et mise en oeuvre
5. Résultats (1D – linéaire / 2D axisymétrie - non linéaire)
- 6. Conclusions**

conclusions et perspectives

approche linéaire 1D : **ordre de grandeur** de perméabilité **moyenne** sur un palier

comparaison 2D axis- 1D ? effet du flux radial non négligeable
modélisation 2D axis nécessaire

forte chute de perméabilité avec dessaturation

(exemple : 1 ordre de grandeur entre palier 0.98 - 0.93 et 0.85 0.75)

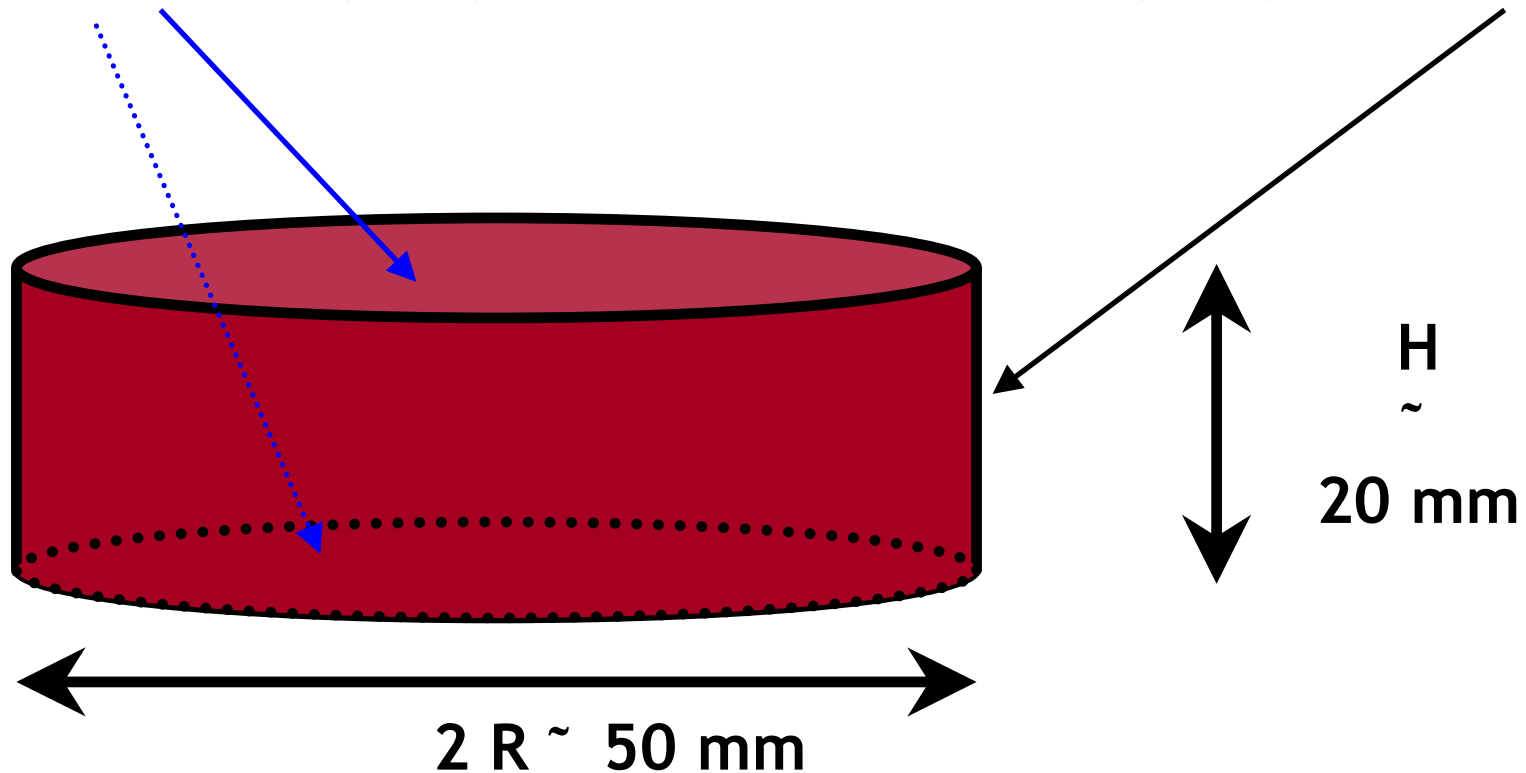
travaux en cours : développement des méthodes inverses
pour les problèmes couplés THM, dans Aster (différentiation directe ...)

merci !

rapport entre les surfaces d'échange : **1D** et **2D axis**

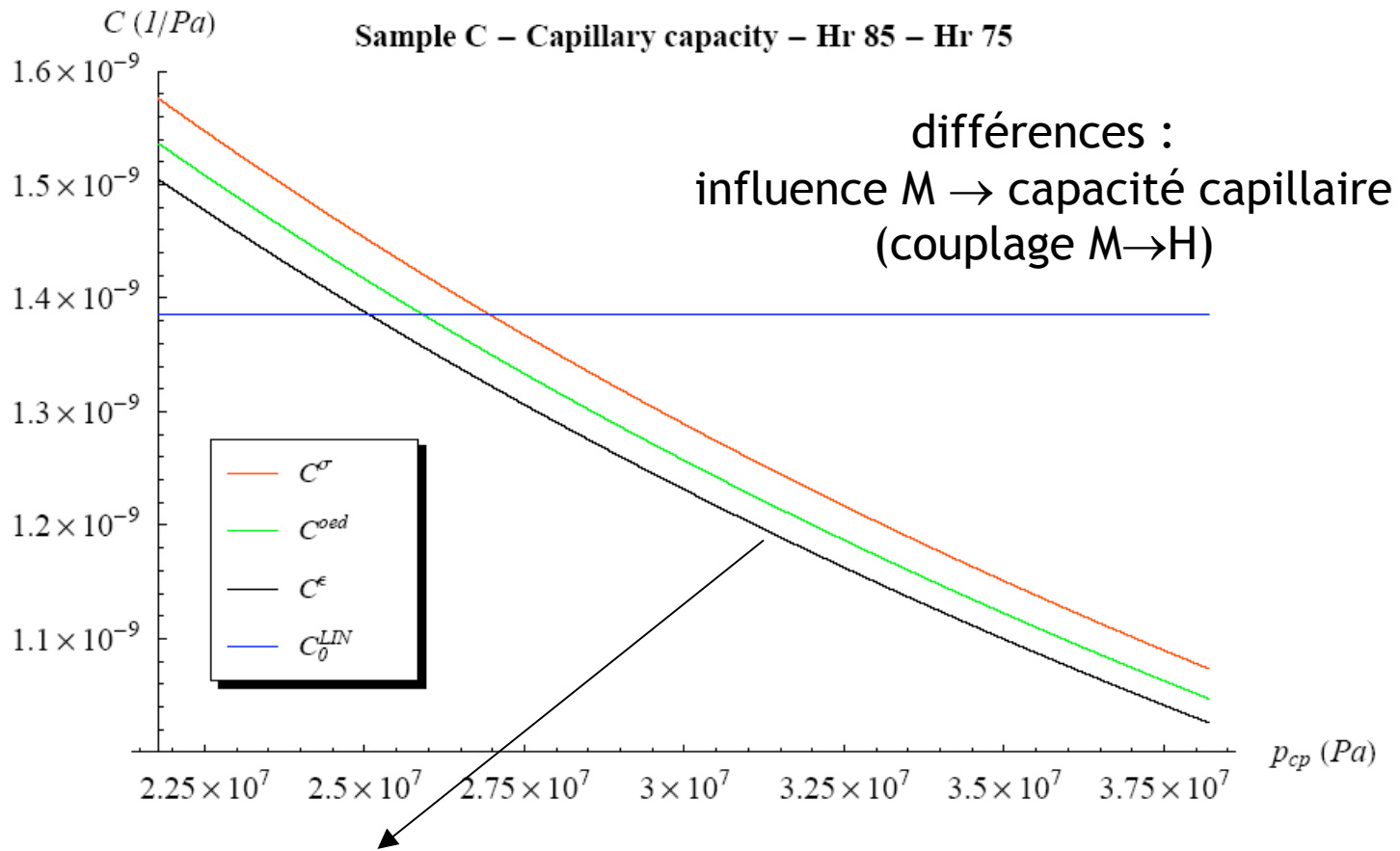
1D : $S^{1d} = 2 (\pi R^2)$

2D axis : $S^{2D} = 2 (\pi R^2) + 2 \pi R H$

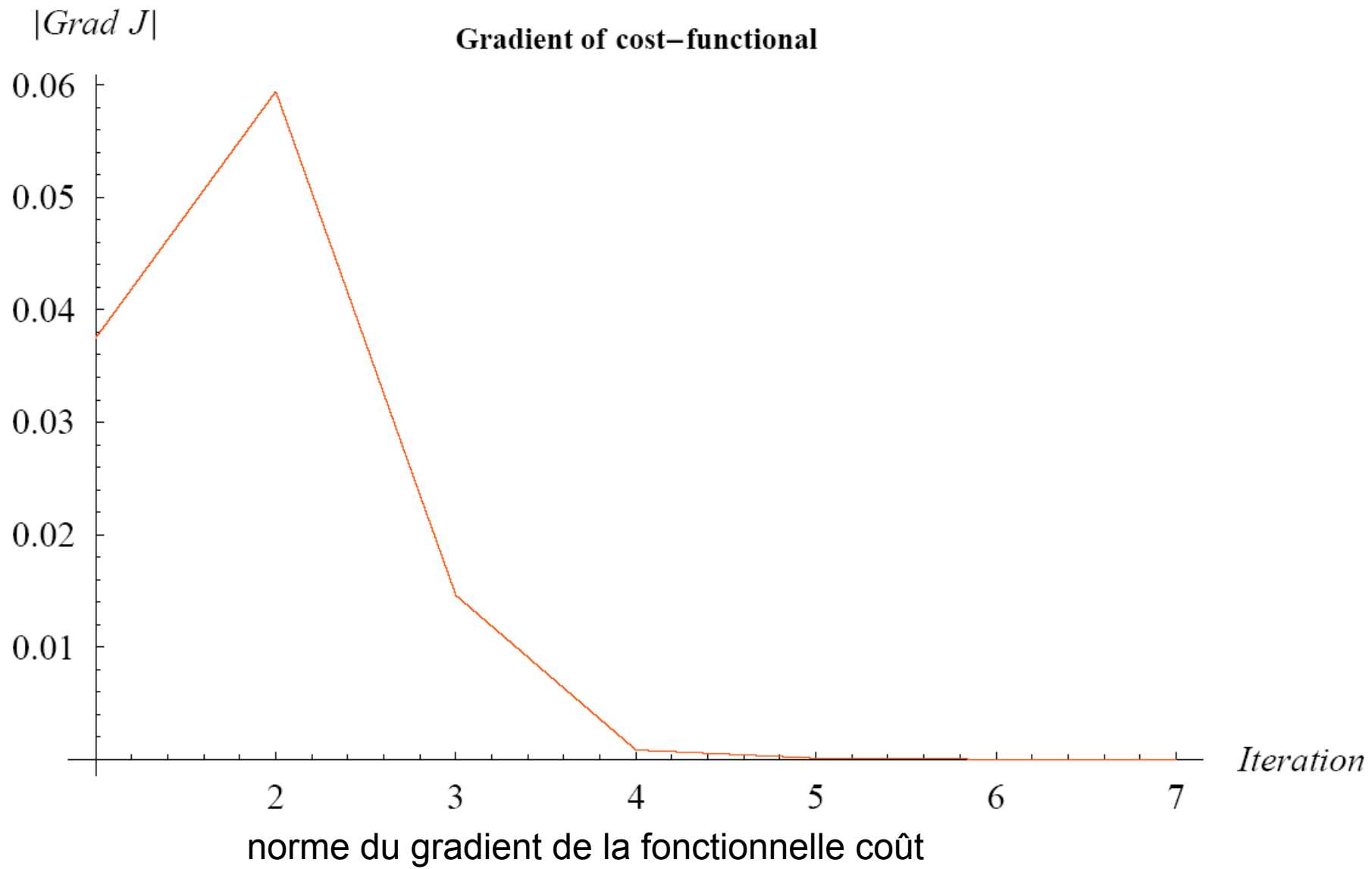


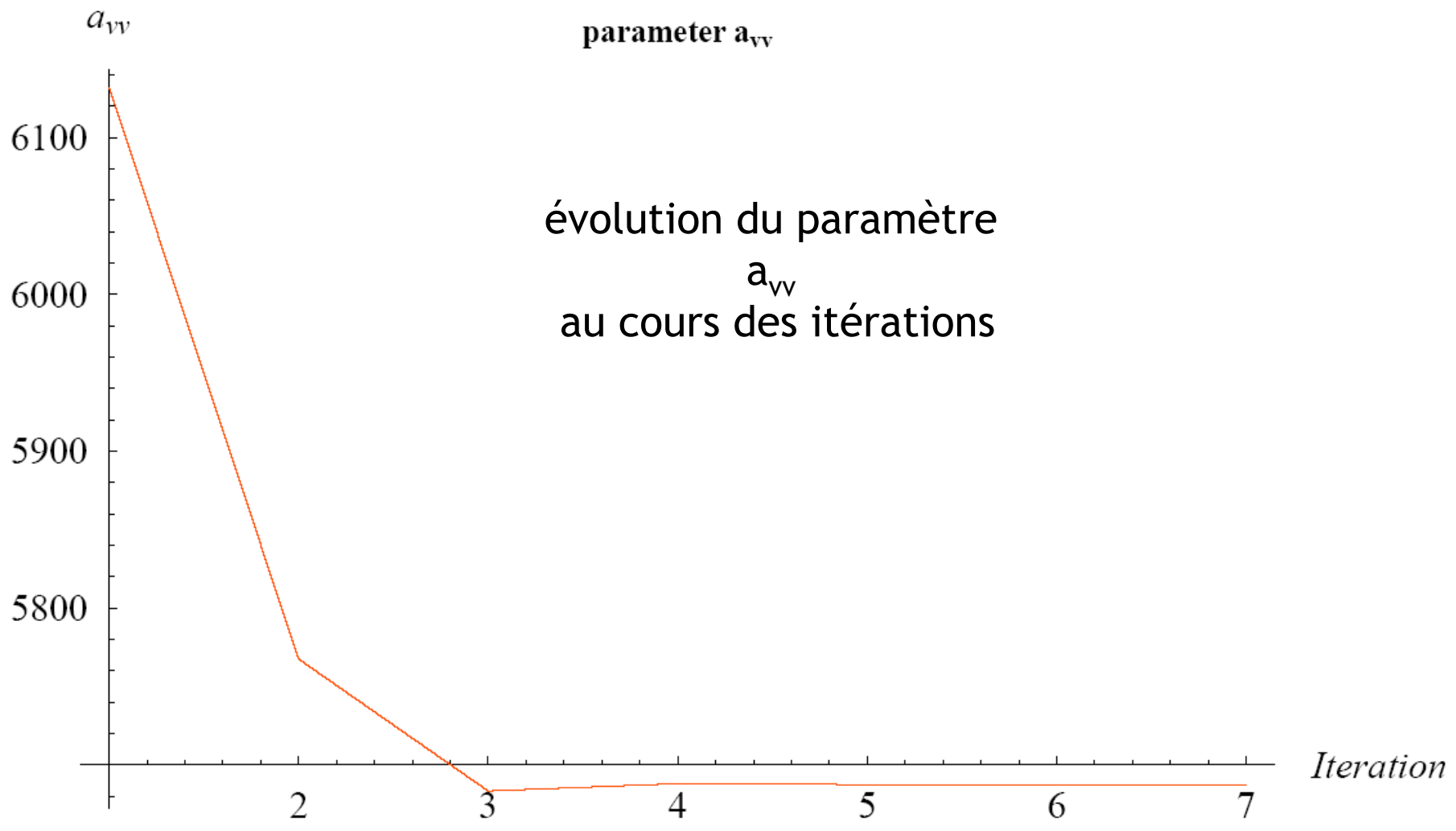
$S^{2D}/S^{1D} = R/(R+H) \sim 1.8$

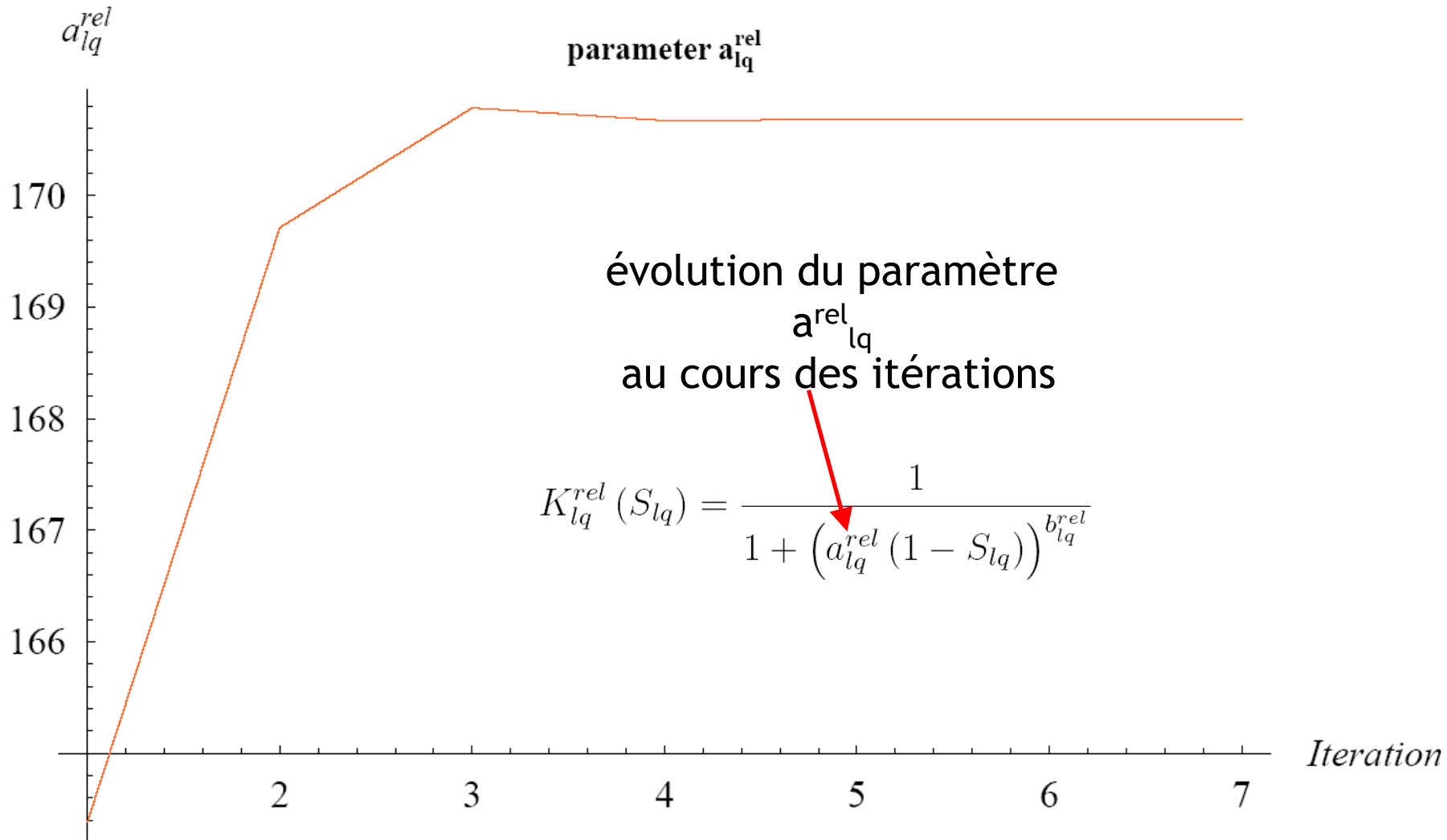
illustration non linéarités : variations de *capacité capillaire*



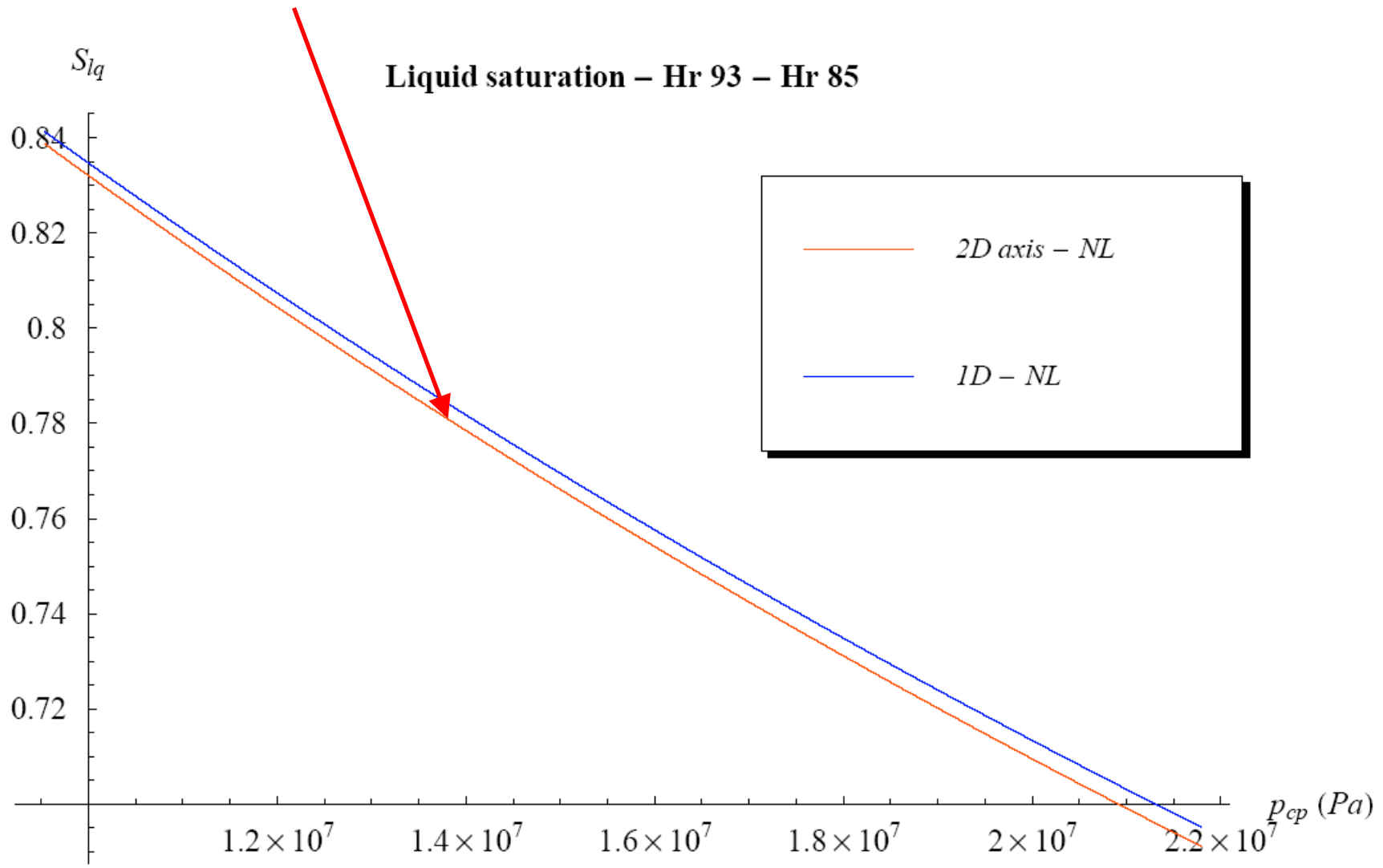
hypothèse indéformable : approximation correcte de la capacité capillaire (emmagasinement)



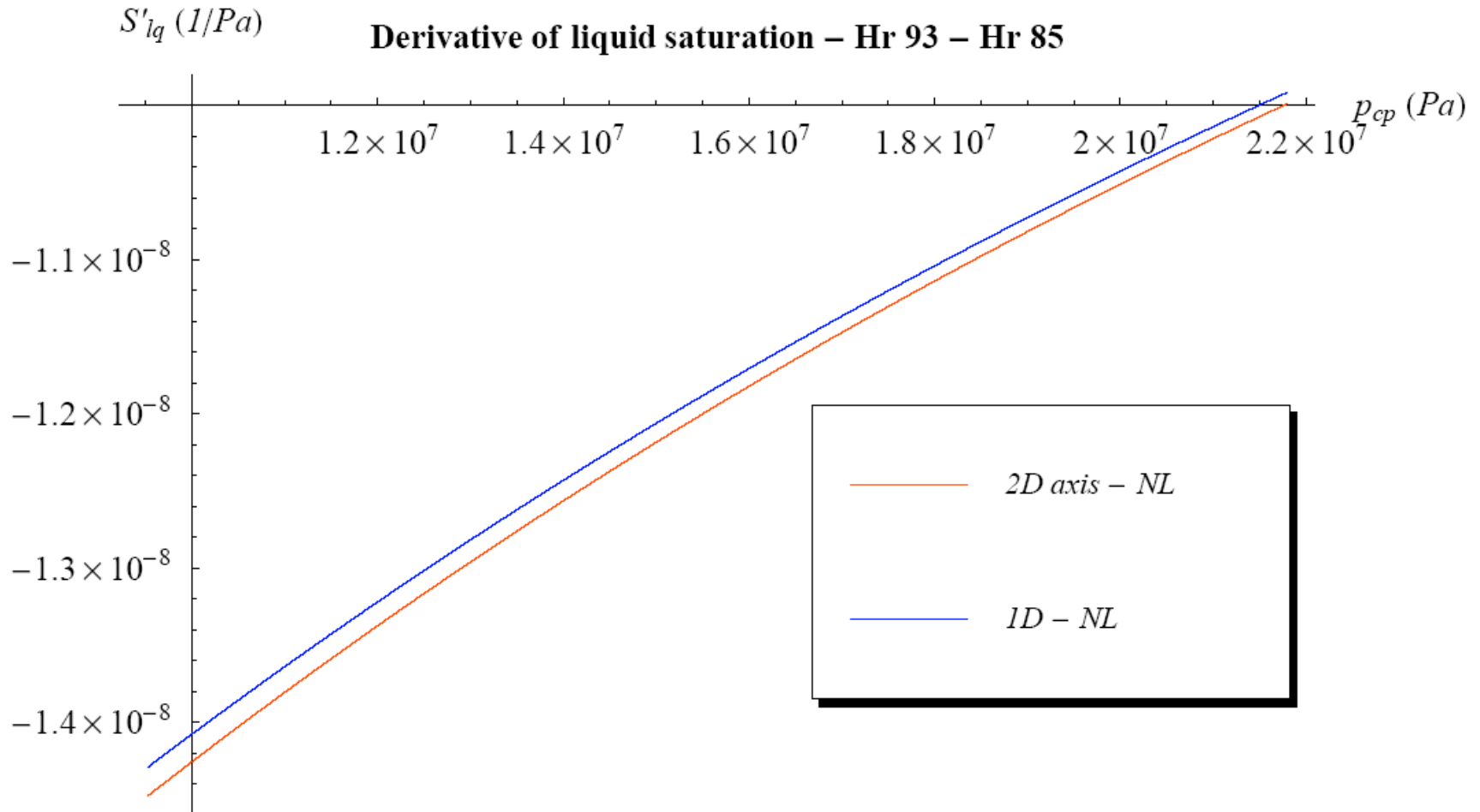




courbe de saturation identifiée (2D axis NL - 1D NL)

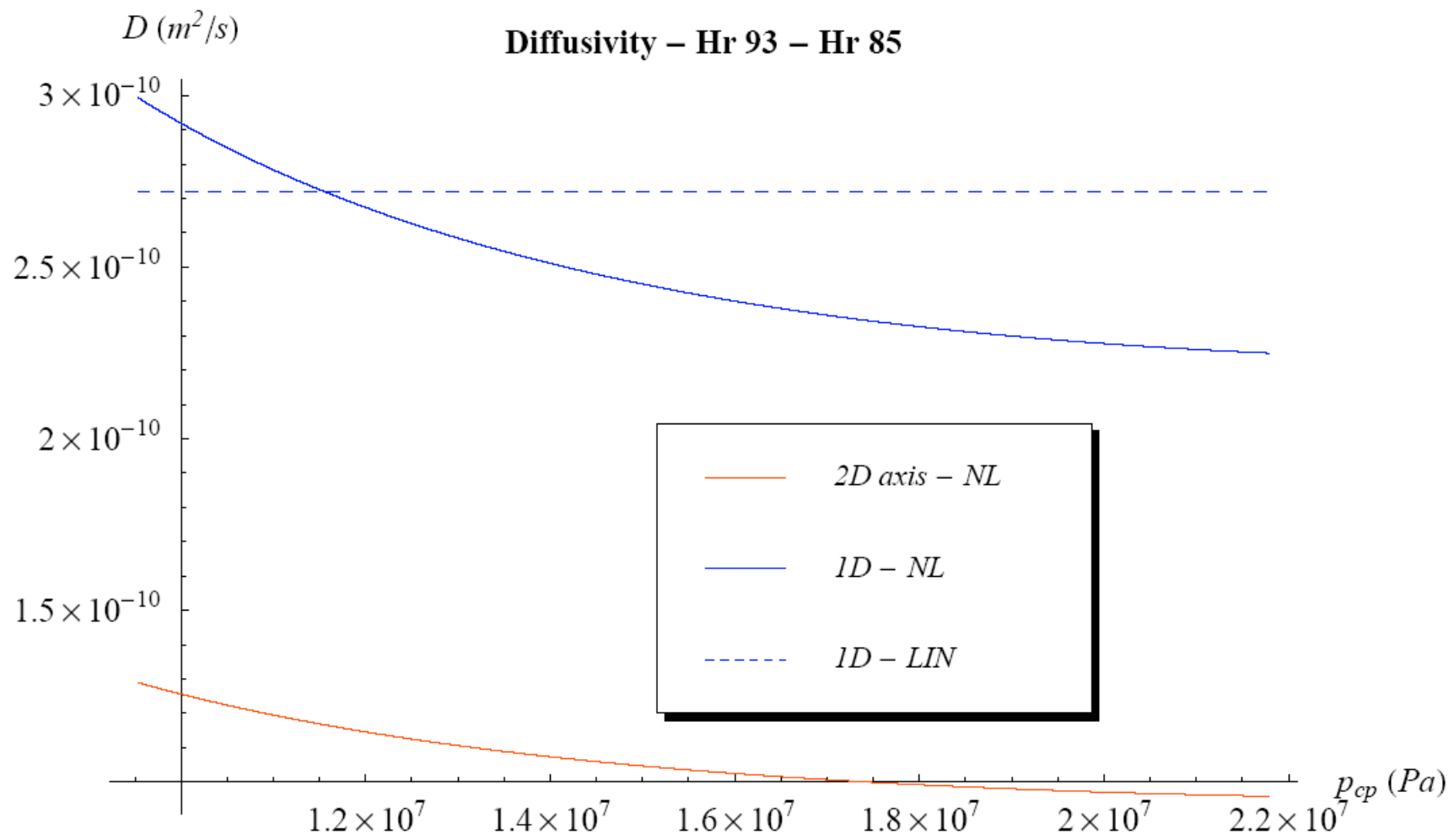


dérivée saturation identifiée (2D axis NL - 1D NL) ? capacité capillaire



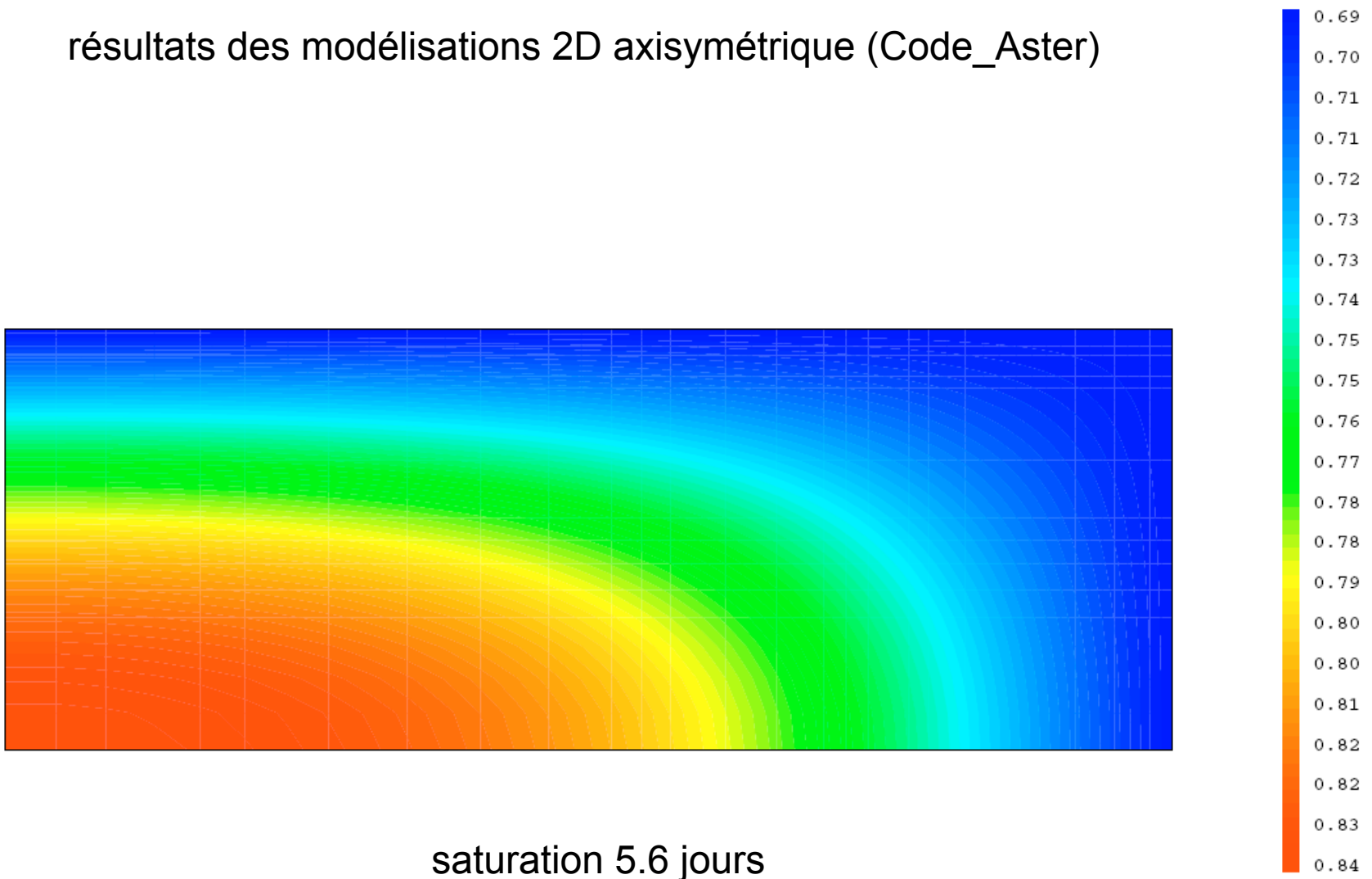
capacité ou emmagasinement est peu sensible à la géométrie 1D - 2D axis
variations significatives (~ 40 %)

comparaison diffusivités 1D - 2D axis



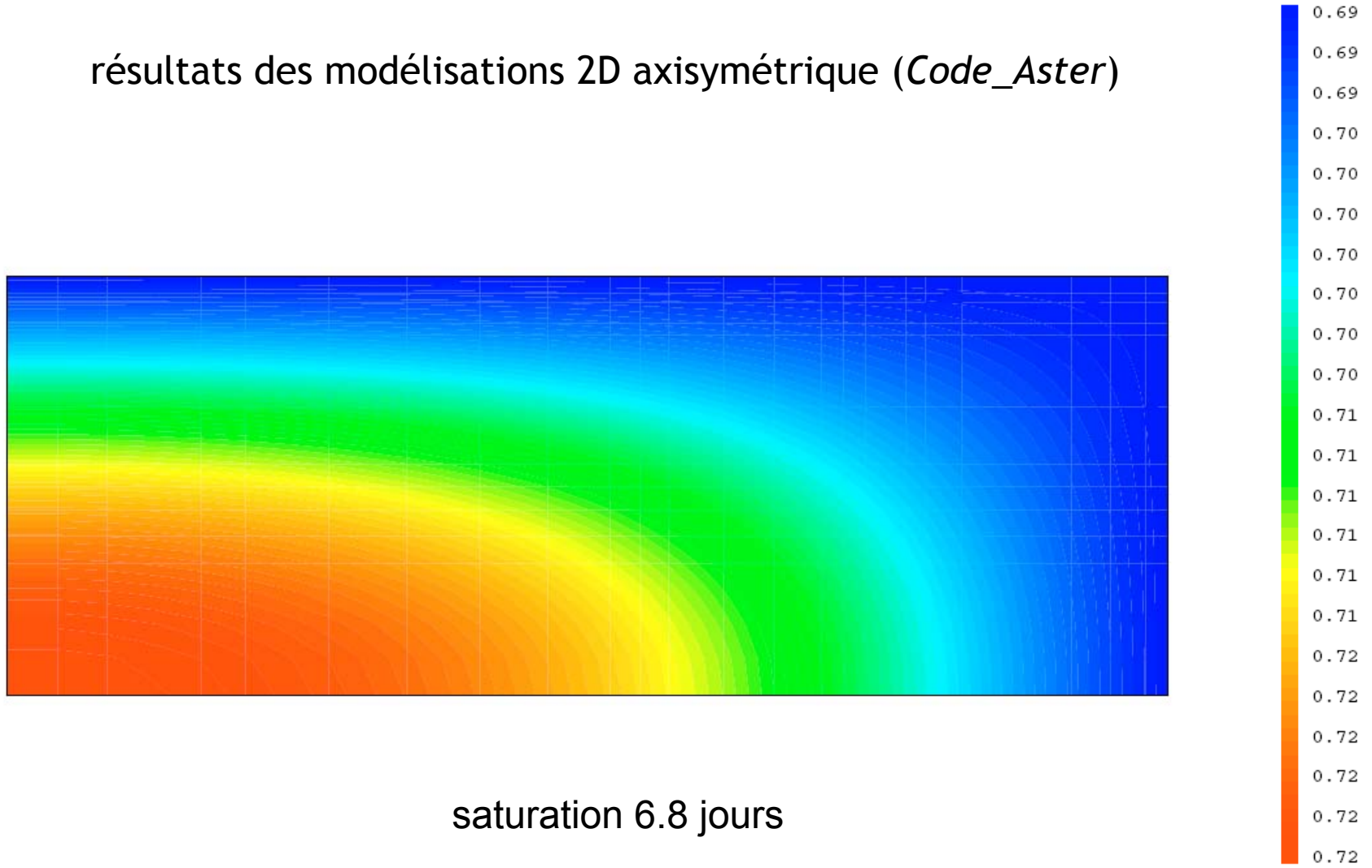
1D ? surestimation diffusivité facteur ~ 2

résultats des modélisations 2D axisymétrique (Code_Aster)



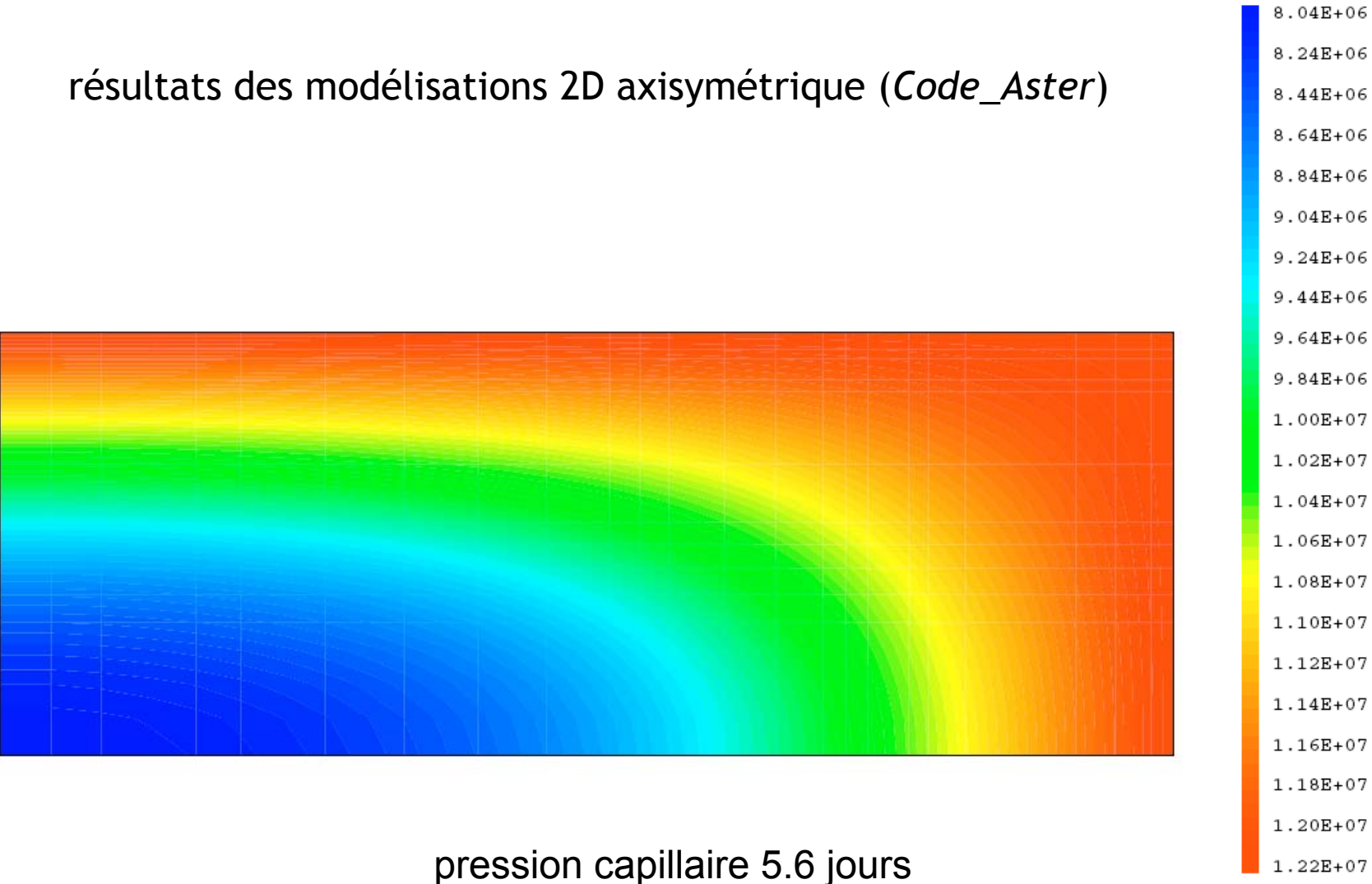
saturation 5.6 jours

résultats des modélisations 2D axisymétrique (*Code_Aster*)



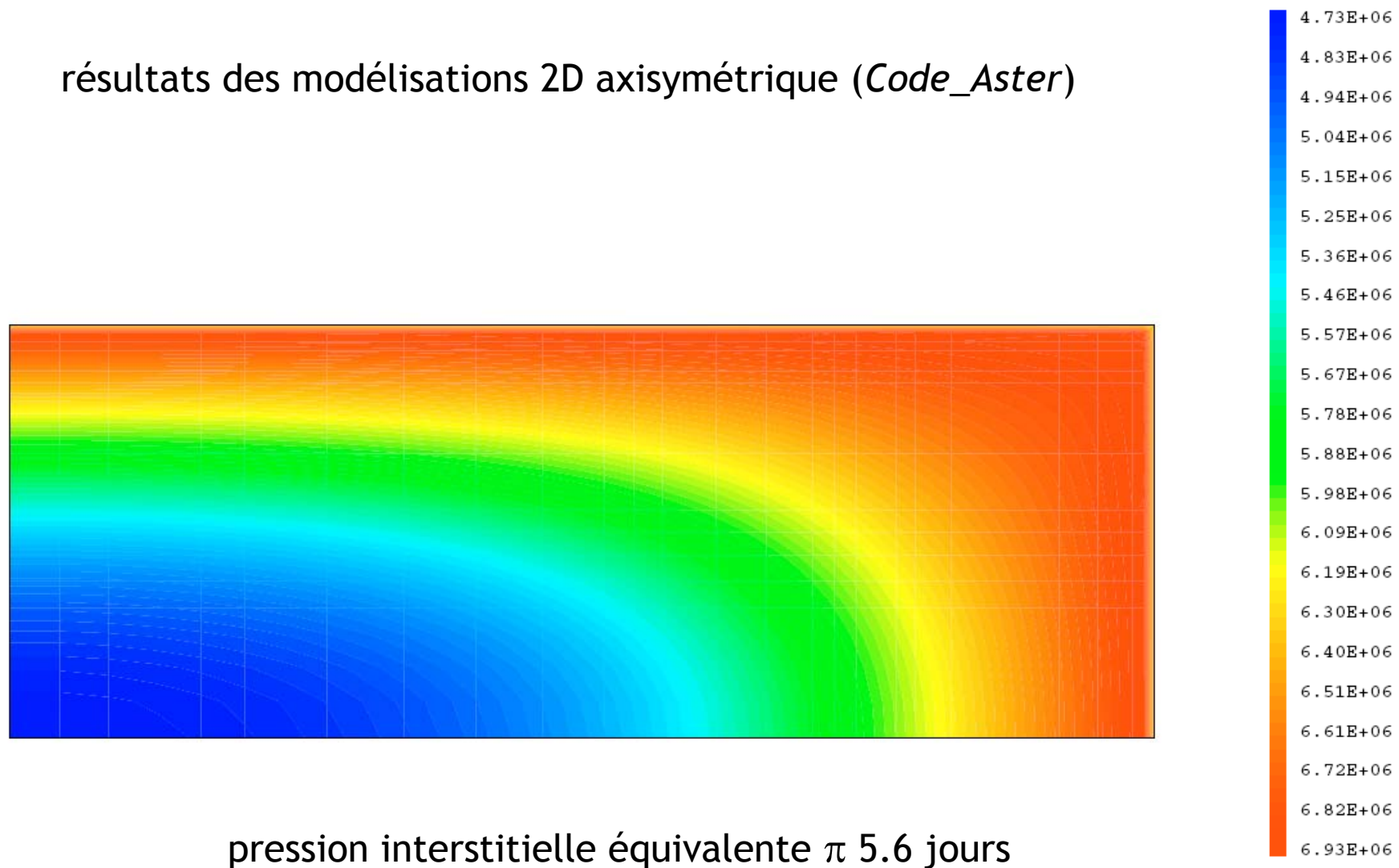
saturation 6.8 jours

résultats des modélisations 2D axisymétrique (*Code_Aster*)



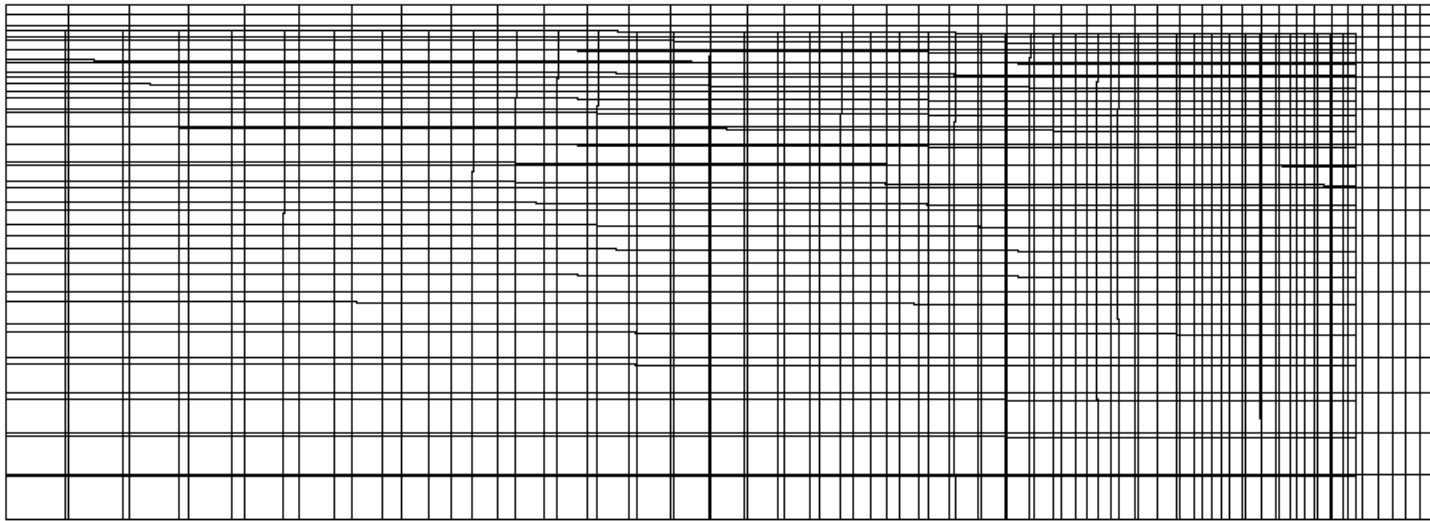
pression capillaire 5.6 jours

résultats des modélisations 2D axisymétrique (*Code_Aster*)



pression interstitielle équivalente π 5.6 jours

résultats des modélisations 2D axisymétrique (*Code_Aster*)



déformée 6.8 jours = **retrait** (séchage)

Calcul du gradient : analyse de sensibilité

Différences finies

- Facile à implanter, très utilisée, très générale.
- MAIS : coûteuse en temps de calcul et peu précise.
- N paramètres \Rightarrow N + 1 calculs éléments finis.

$$\delta_{p_i} \theta_n^c = \frac{\theta_n^c(\underline{p}) - \theta_n^c(\underline{p} + \underline{\Delta p}_i)}{\Delta p_i} \quad \underline{\Delta p}_i = [0, 0, \dots, 0, \Delta p_i, 0, \dots, 0]$$

- Programme d'inversion totalement implanté dans le Code_Aster d'Edf. Utilisation du Langage Python.
- Code éléments finis : calcul direct, calcul de sensibilités et calcul inverse.

Problème inverse

Fonctionnelle coût :
$$j(\mathbf{c}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_{mes}} w_i (\theta(\mathbf{c}, t_i) - \theta_{mes}(t_i))^2$$

$$\theta_{mes}(t_i) = M_{mes}(t_i) - M_0$$

Minimisation : algorithme Levenberg - Marquardt

$$\Delta \mathbf{c} = - \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I} \right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{y} \right)$$

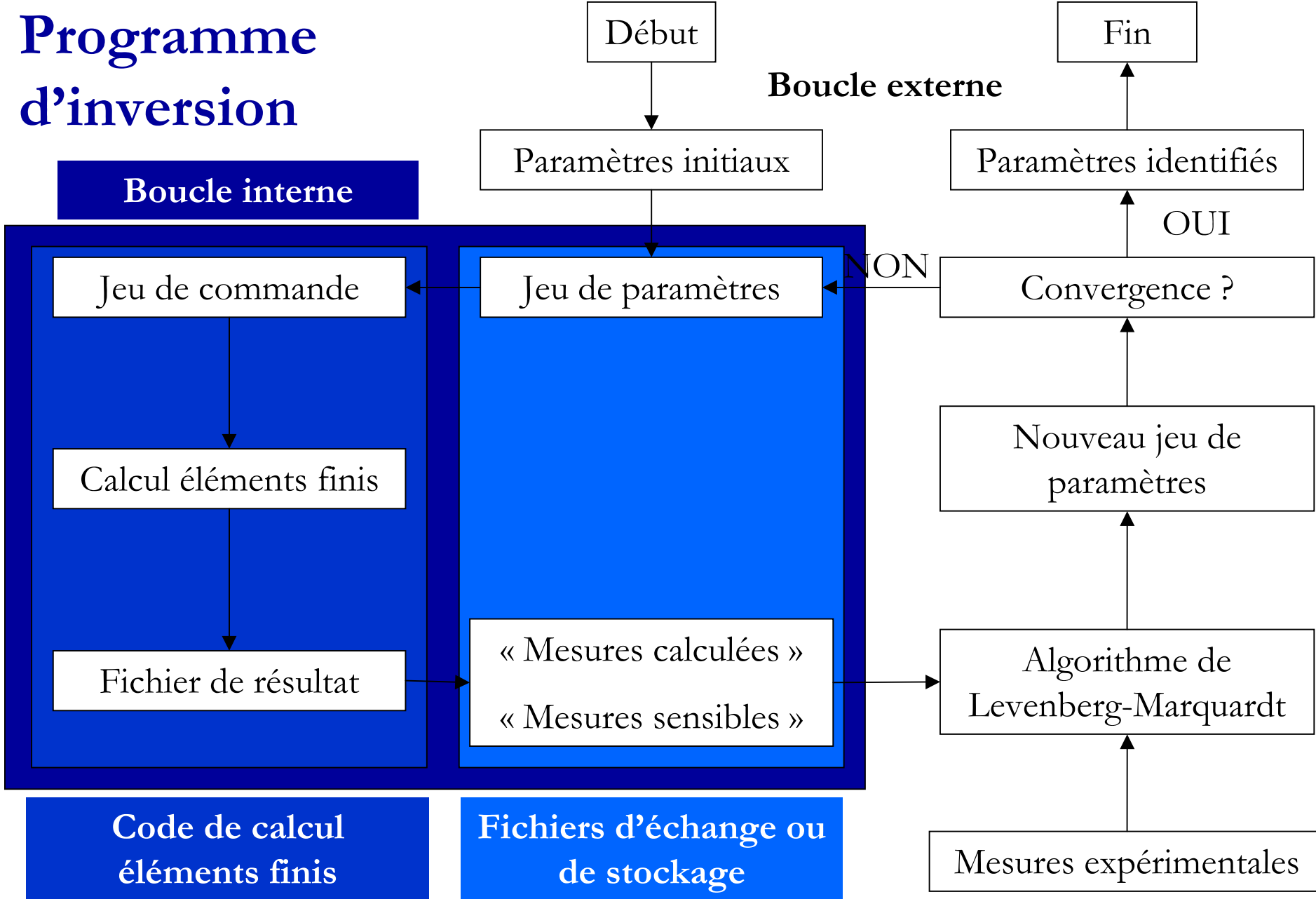
$$y_i = \theta_i - \theta_i^{mes}$$

$$A_{ij} = \frac{\partial y_i}{\partial c_j}$$

$$W_{ij} = \delta_{ij}$$

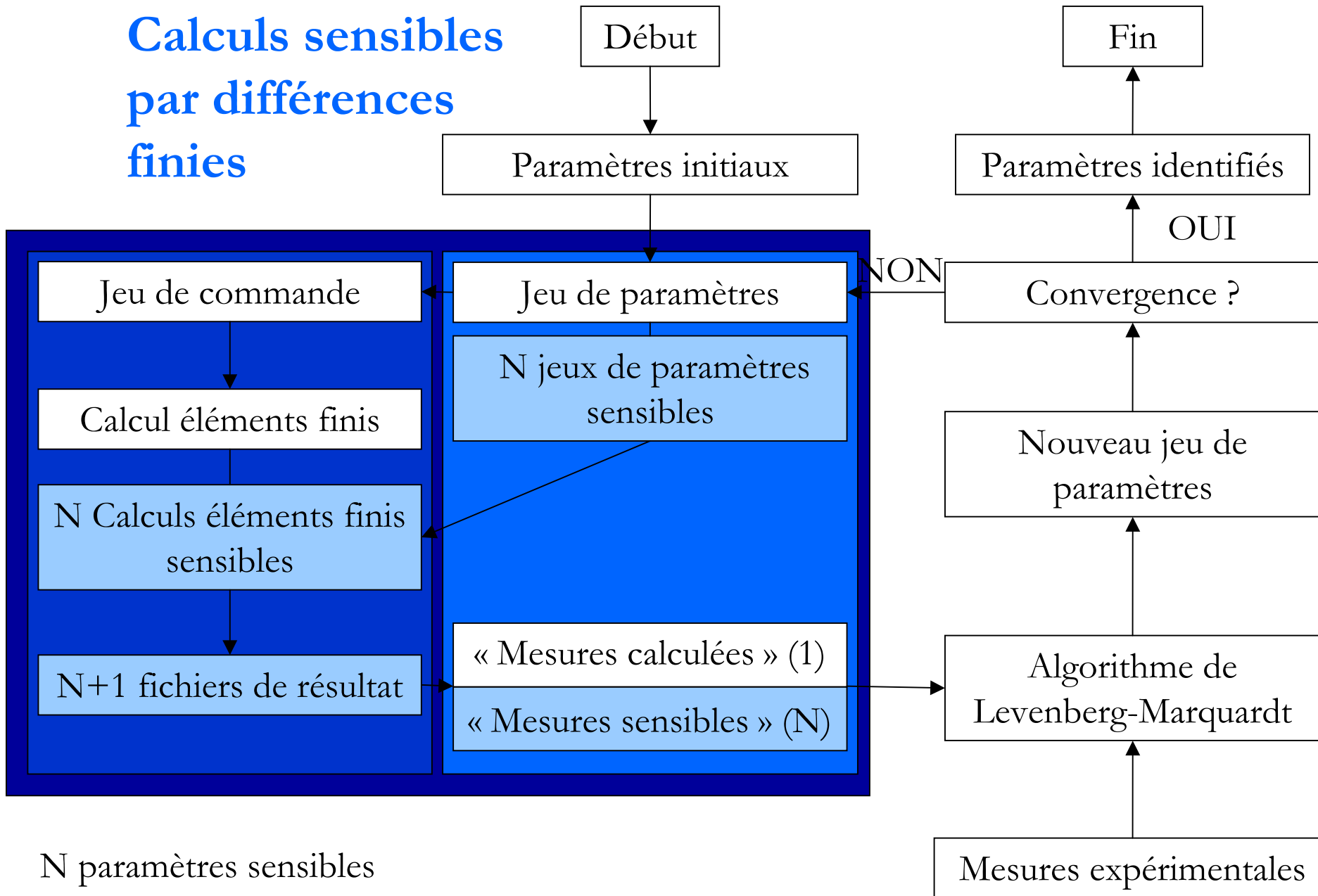
matrice gradient : calculée par différences finies

Programme d'inversion



1. Dispositif exp. 2. Cadre 3. Problème posé 4. Démarche 5. Résultats 6. Conclusions

Calculs sensibles par différences finies



1. Dispositif exp. 2. Cadre 3. Problème posé 4. Démarche 5. Résultats 6. Conclusions

Perméabilité intrinsèque	$1 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2$
Module de Young	6 GPa
Coefficient de Poisson	0,25
Porosité	0,16
Coefficient de Biot	0,75
a_{vv}	5687,42
b_{vv}	1,02
a_{lq}	170,68
b_{lq}	1,05

Valeurs des paramètres utilisées pour les calculs directs

1. Dispositif exp. 2. Cadre 3. Problème posé 4. Démarche 5. Résultats 6. Conclusions

résultats

Results of drying tests

	A	B	
Temperature T	293	293	K
Initial saline solution	$CuSO_4 \cdot 5H_2O$	KCl	
Initial relative humidity h_r^0	98.0	85.1	%
Initial capillary pressure p_{cp}^0	$2.77 \cdot 10^6$	$9.51 \cdot 10^6$	Pa
Saline solution	KNO_3	$NaCl$	
Imposed relative humidity h_r^{imp}	93.2	75.4	%
Imposed capillary pressure p_{cp}^{imp}	$21.8 \cdot 10^6$	$38.2 \cdot 10^6$	Pa
Initial saturation (calculated) S_{lq}^0	0.969	0.770	
Asymptotic saturation (calculated) S_{lq}^∞	0.891	0.645	
Volumetric deformation (calculated) ε_∞	$-1.18 \cdot 10^{-3}$	$-2.17 \cdot 10^{-3}$	
Porosity variation (calculated) $\Delta\phi$	$-9.25 \cdot 10^{-4}$	$-1.71 \cdot 10^{-3}$	
Liquid conductivity λ_{lq}^0	$1.88 \cdot 10^{-18}$	$1.57 \cdot 10^{-19}$	$m^2/Pa/s$
equivalent specific storage coefficient η_0	$1.50 \cdot 10^{-9}$	$1.33 \cdot 10^{-09}$	$1/Pa$
Liquid diffusivity D	$1.25 \cdot 10^{-9}$	$1.18 \cdot 10^{-10}$	m^2/s
Apparent liquid permeability $K = \gamma_{lq} \lambda_{lq}^0$	$1.88 \cdot 10^{-14}$	$1.57 \cdot 10^{-15}$	m/s