



# Modélisation des discontinuités par des Éléments Jointés dans les codes aux Éléments Finis

Ahmad POUYA

Journée sur les Discontinuités et Joints dans les Massifs Rocheux

24 mai 2007

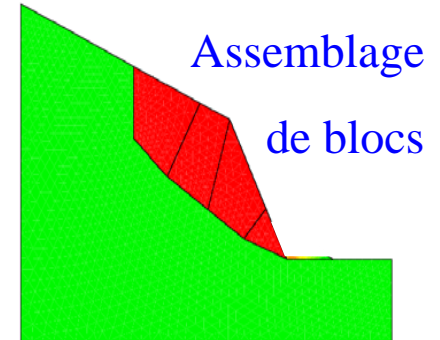
# Méthodes numériques de modélisation des fractures dans les roches et les massifs rocheux

- Éléments Distincts (Cundall 1980)
- **Éléments Finis** (Élément Joint de Goodman 1968)
- Éléments de Frontière
- Analyse en Déformations Discontinues (Shi et Goodman 1985)

...

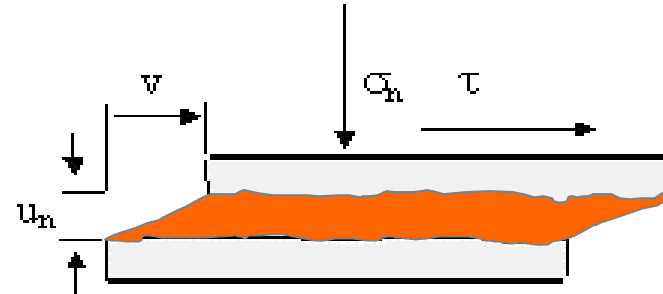
Éléments Jointés dans les codes aux Éléments Finis :

- Anhyx (École Polytechnique)
- CESAR (LCPC)

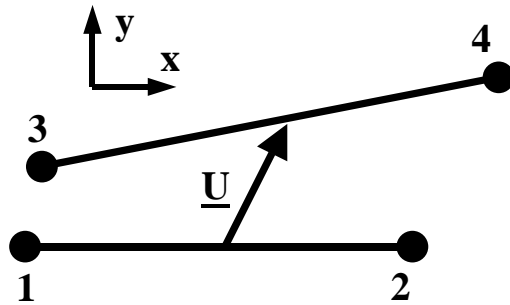


# Modèle numérique de joint

(Goodman 1968, Ghabousi et al. 1973, ...)



$$\underline{\sigma} = \begin{pmatrix} \tau \\ \sigma_n \end{pmatrix}, \quad \underline{u} = \begin{pmatrix} u_t \\ u_n \end{pmatrix}$$



$$\{ u \} = \{ u_{1x} \quad u_{1y} \quad u_{2x} \quad u_{2y} \quad u_{3x} \quad u_{3y} \quad u_{4x} \quad u_{4y} \}^T$$

$$\{ f \} = \{ f_{1x} \quad f_{1y} \quad f_{2x} \quad f_{2y} \quad f_{3x} \quad f_{3y} \quad f_{4x} \quad f_{4y} \}^T$$

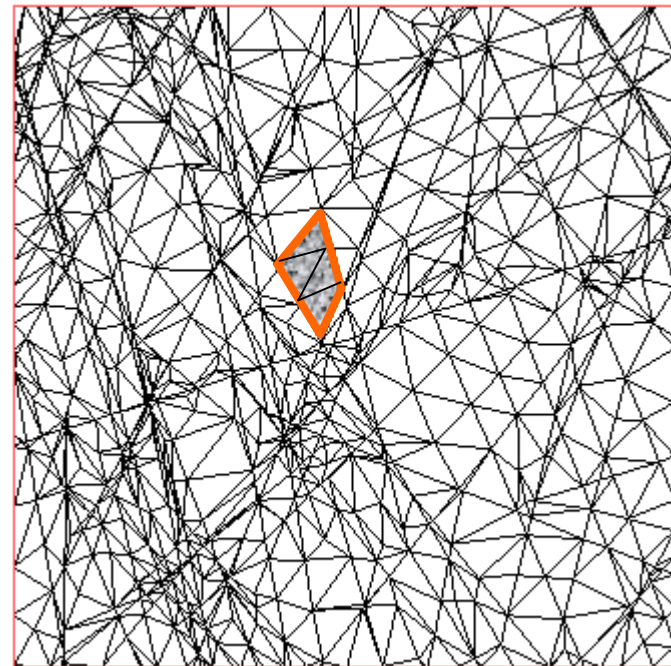
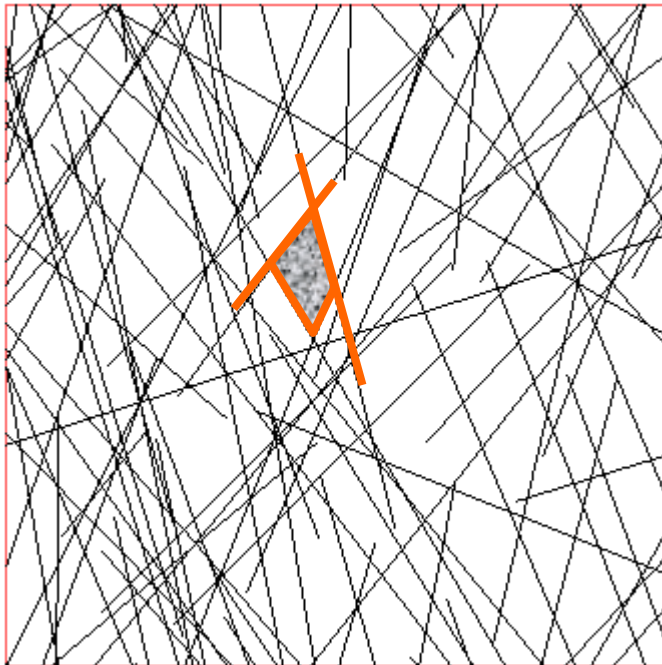
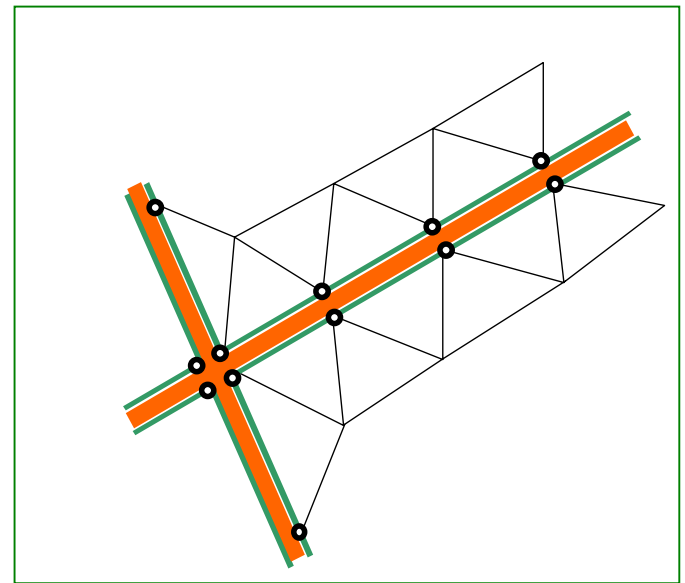
4 nœuds, 8 degrés de liberté de déplacements et de forces

Énergie Élastique :  $E = \frac{1}{2} \int (\underline{u} - \underline{u}^P) \cdot \underline{K} \cdot (\underline{u} - \underline{u}^P) ds$

Formulation Variationnelle

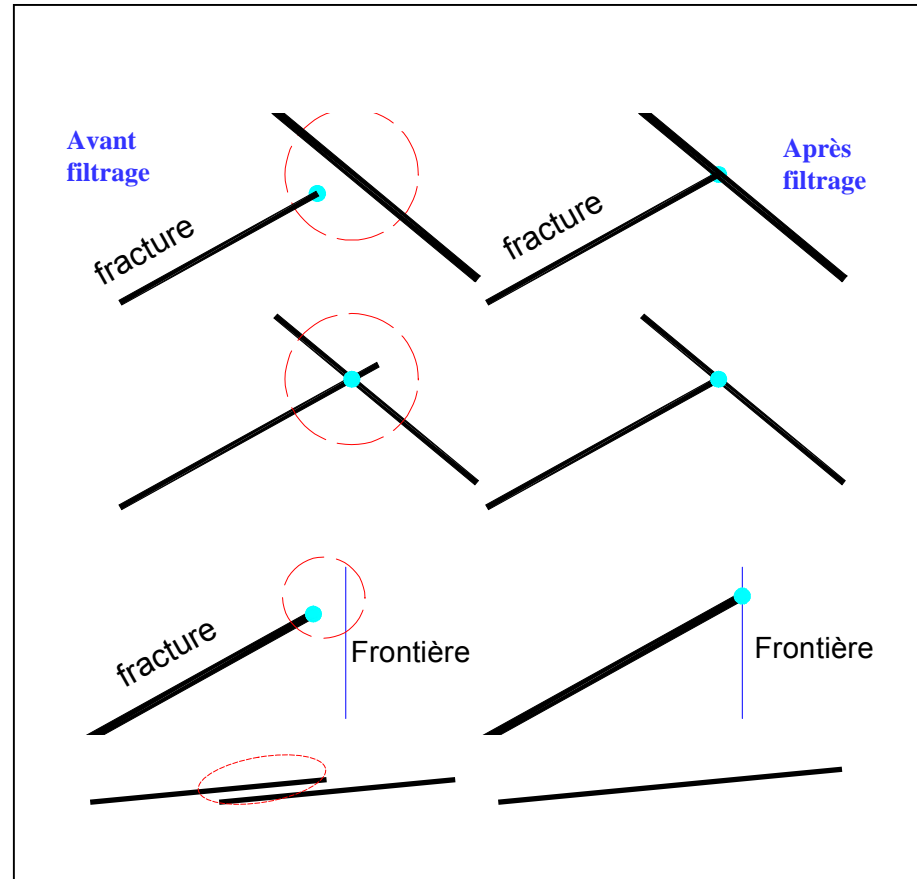
Création du maillage aux Éléments  
Finis tenant compte de la géométrie  
des fractures

Création des Éléments Joints

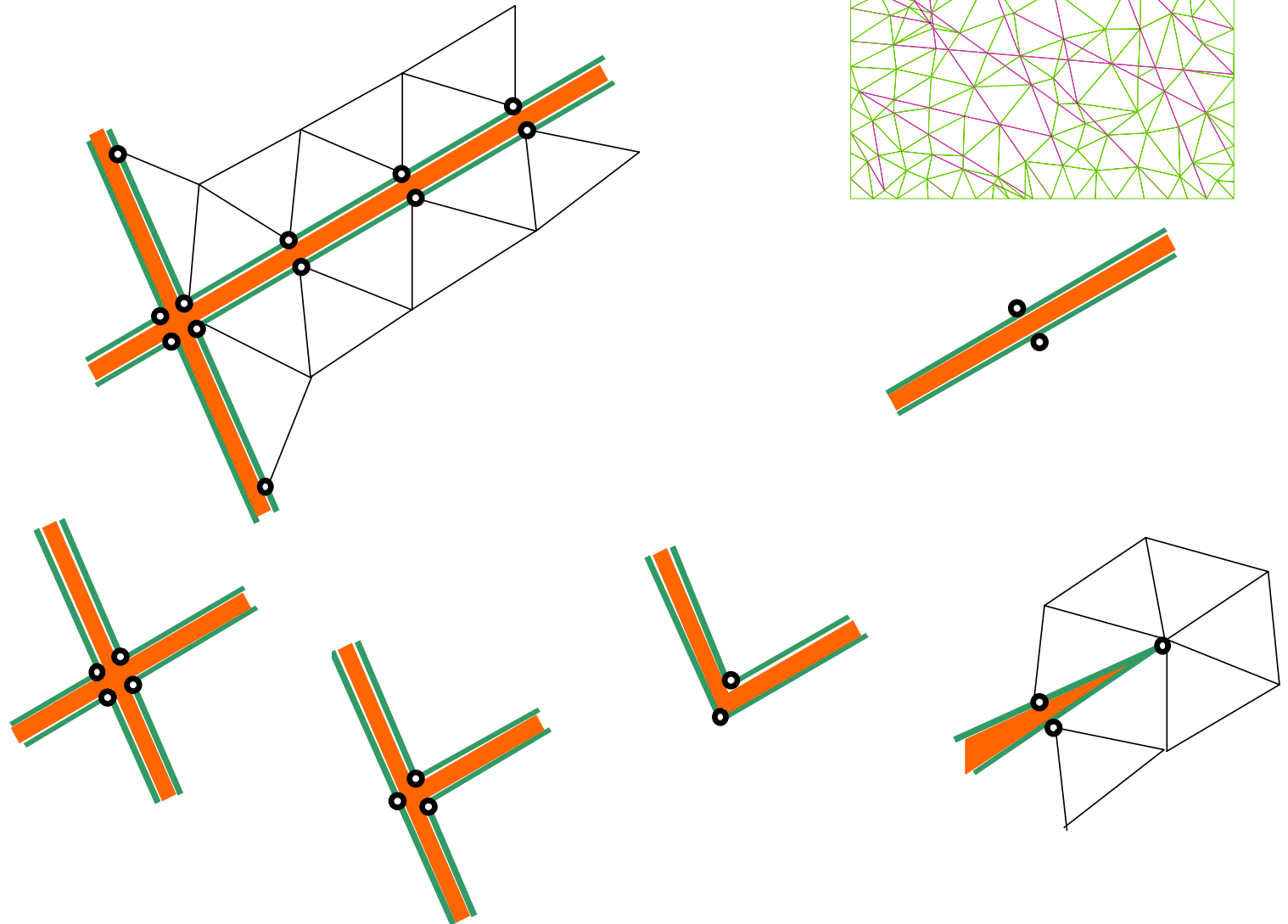


# Traitement des intersection de fractures

## Ajustements et filtres numériques



# Dédoublément

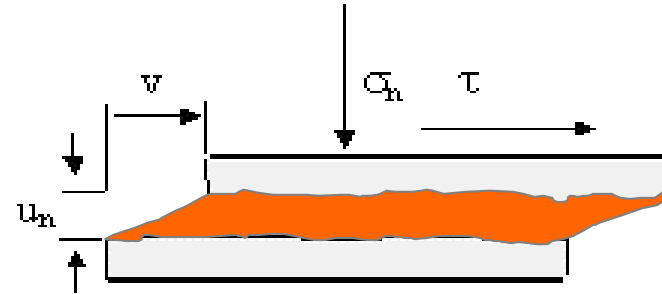


# Modèle de joint élastoplastique parfait

$$\underline{\dot{U}} = \underline{\dot{U}}^e + \underline{\dot{U}}^p$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\tau} \\ \dot{\sigma}_n \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_t & k_{tn} \\ k_{tn} & k_n \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_t^e \\ \dot{U}_n^e \end{pmatrix}$$

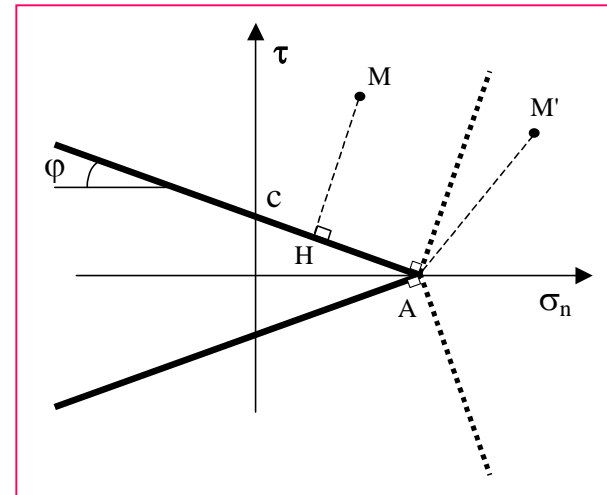
$$\underline{\dot{U}}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma}$$



Critère de Mohr–Coulomb et potentiel plastique :

$$\text{Critère : } f(\sigma) = |\tau| + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi - c$$

$$\text{Potentiel : } g(\sigma) = |\tau| + \sigma_n \operatorname{tg} \psi$$

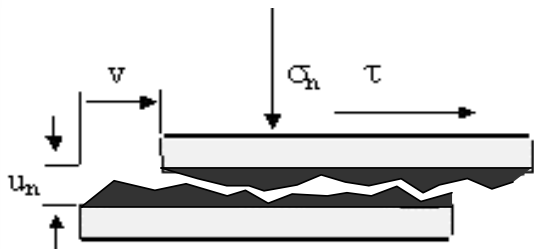
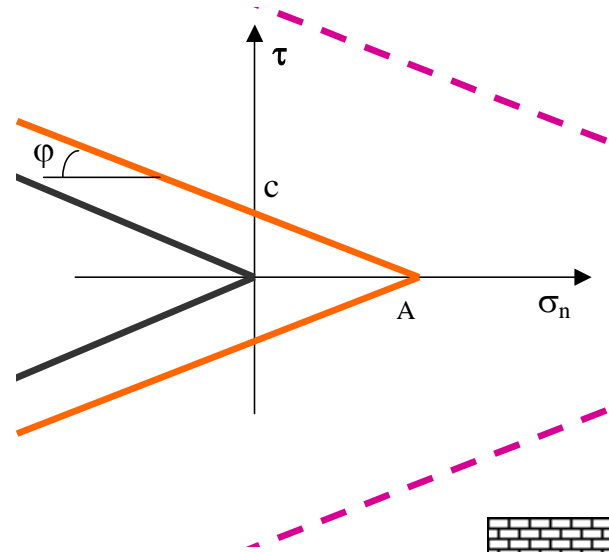


# Différentes lois et phénomènes physiques

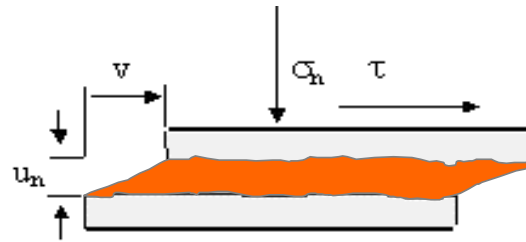


$$\begin{pmatrix} \dot{\tau} \\ \dot{\sigma}_n \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_t & \\ & k_n \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_t^e \\ \dot{U}_n^e \end{pmatrix}$$

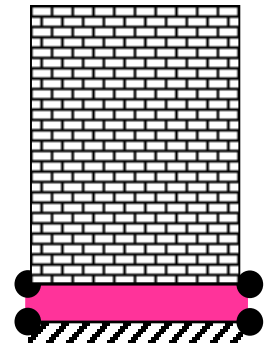
$$f(\sigma) = |\tau| + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi - c$$



Fracture non colmatée



Joint Rocheux, Mortier



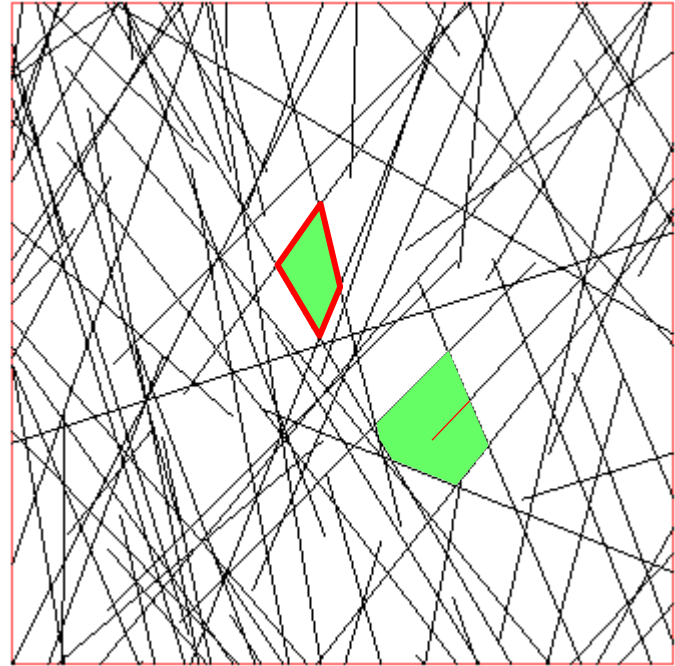
Contact élastique<sub>8</sub>



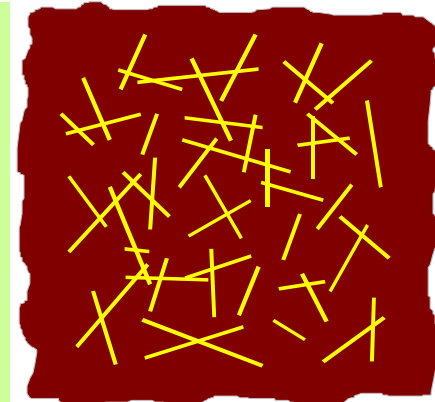
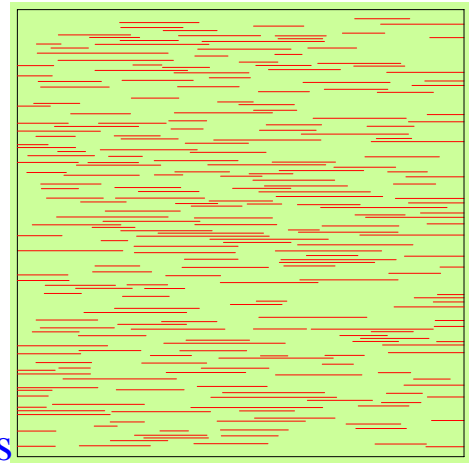
# Différentes configurations de fracturation d'un massif rocheux



Fractures  
sub-parallèles

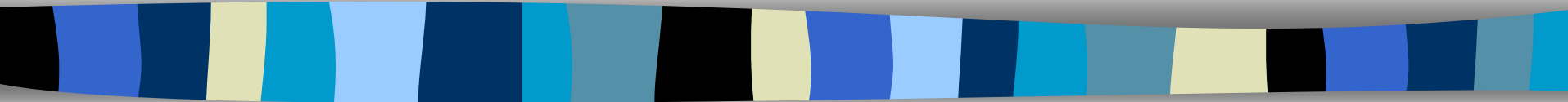


Fractures découpant des blocs

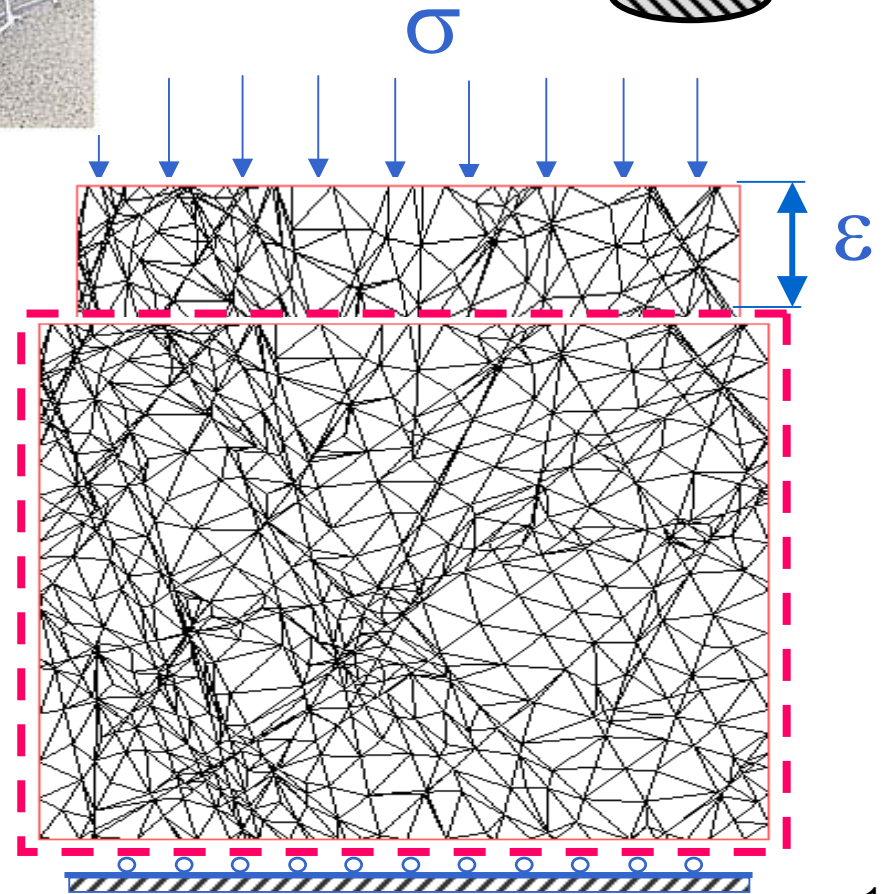
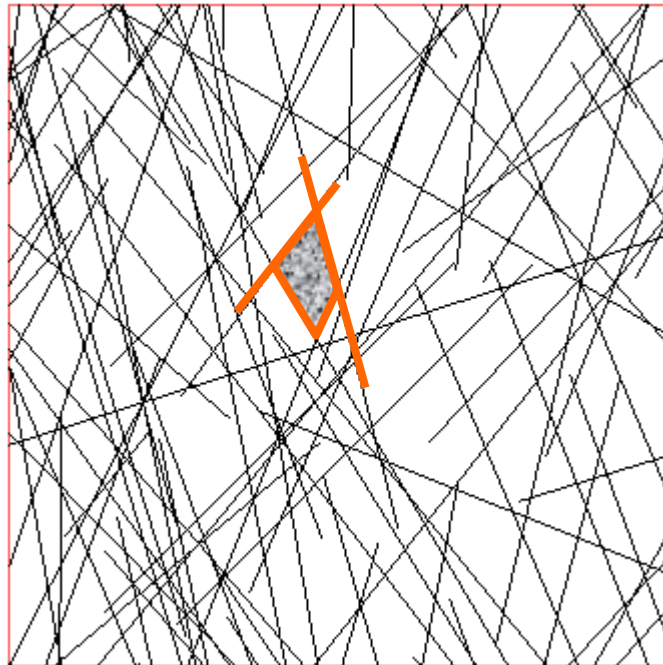
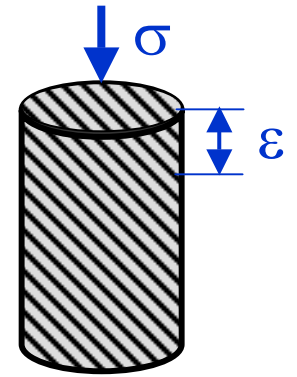
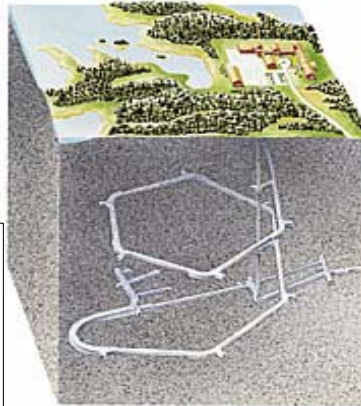
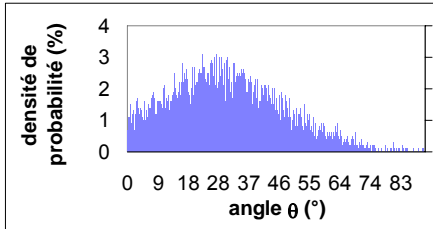


Milieus fissurés

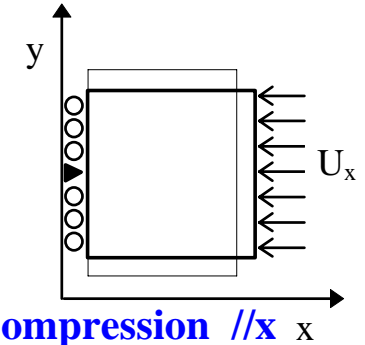
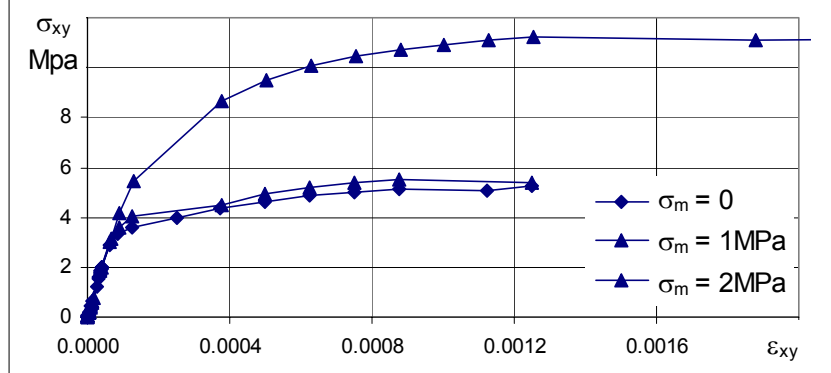
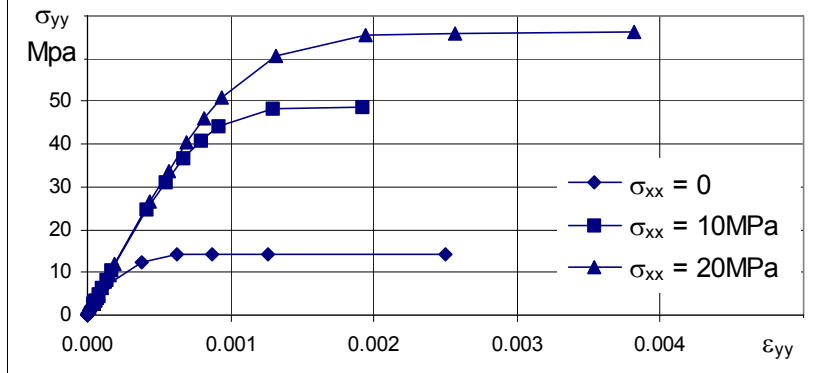
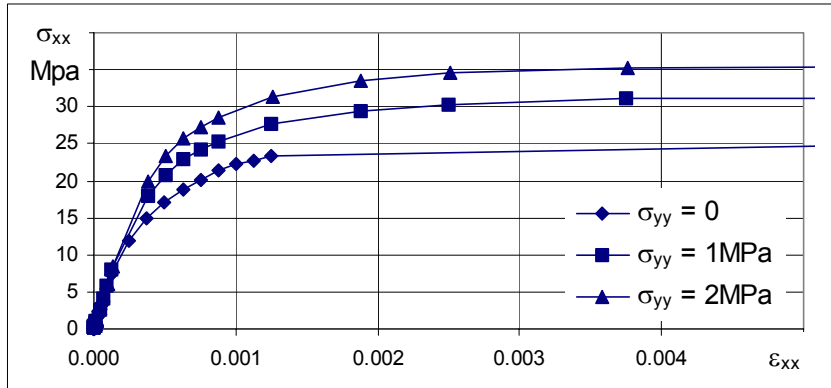
# Applications



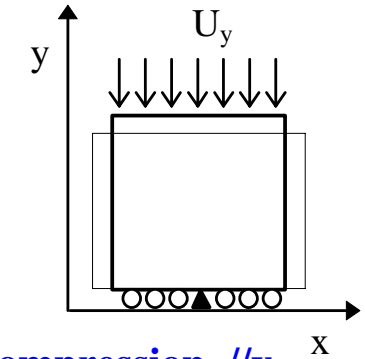
# Comportement à grande échelle des massifs fracturés par homogénéisation numérique



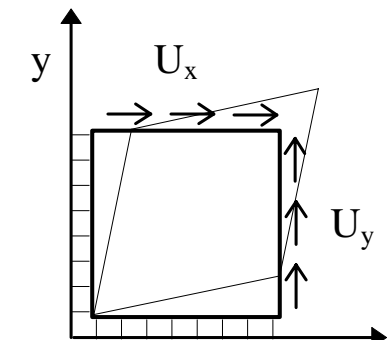
# Résultats de simulation pour le granite de la Vienne (Stockage de déchets radioactifs, ANDRA)



Compression //x



Compression //y

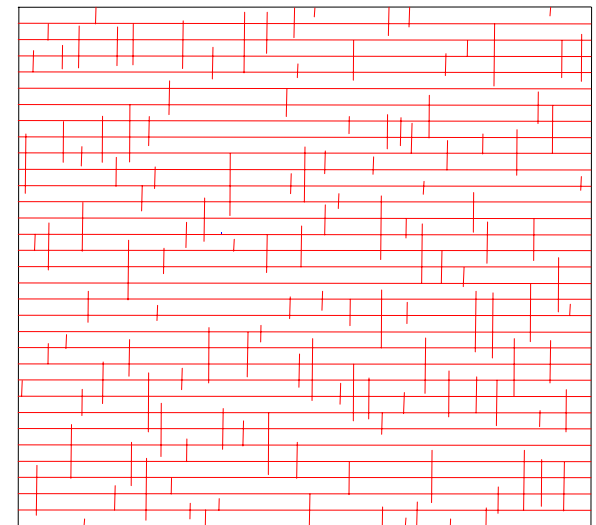
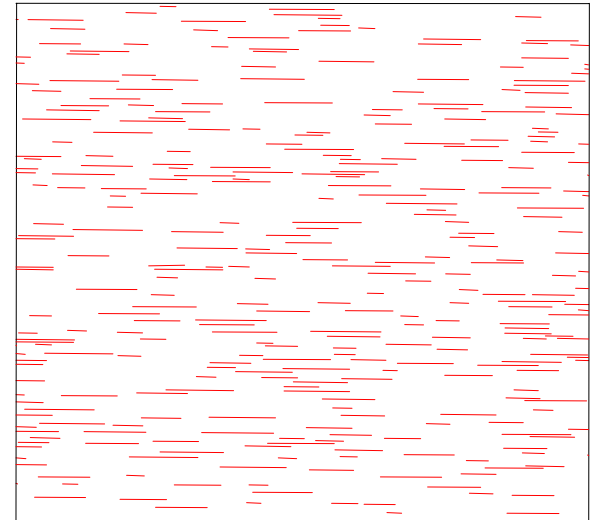


Cisaillement //xy



# Classification des massifs rocheux

Bieniawski, Barton, ...



Thèse de Michel Chalhoub (2006)

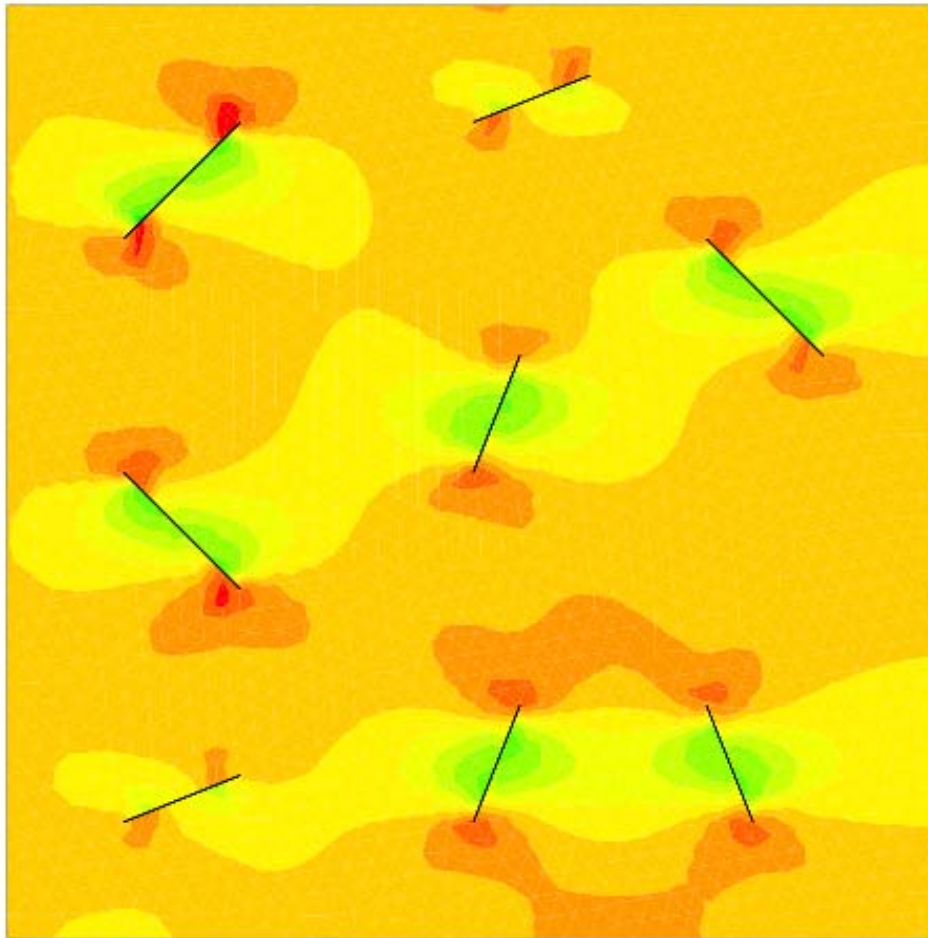
Apports des méthodes d'homogénéisation  
numérique à la classification des massifs rocheux

LCPC, Centre de Géosciences ENSMP

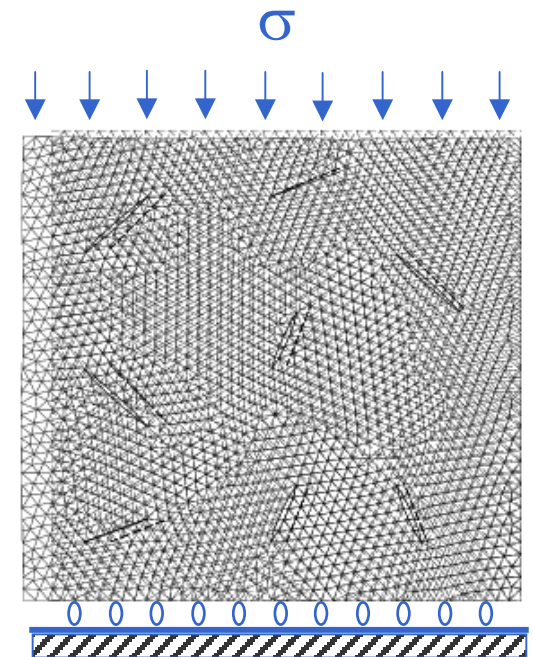
**Abaques ou formules approchées** donnant le module équivalent du massif dans différentes directions en fonction de la densité, l'extension et la nature des fractures

# Homogénéisation numérique du comportement des roches fissurées

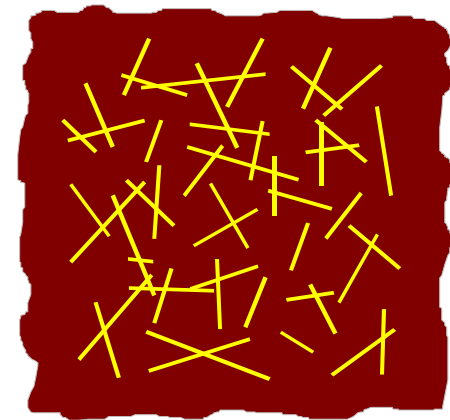
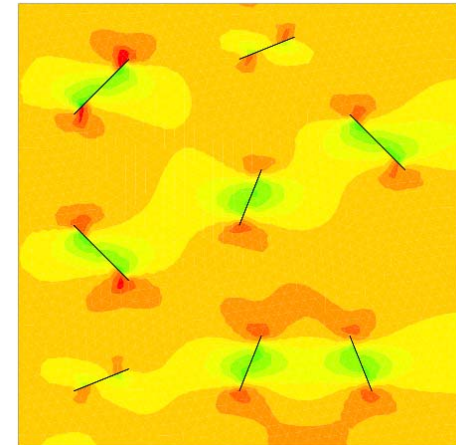
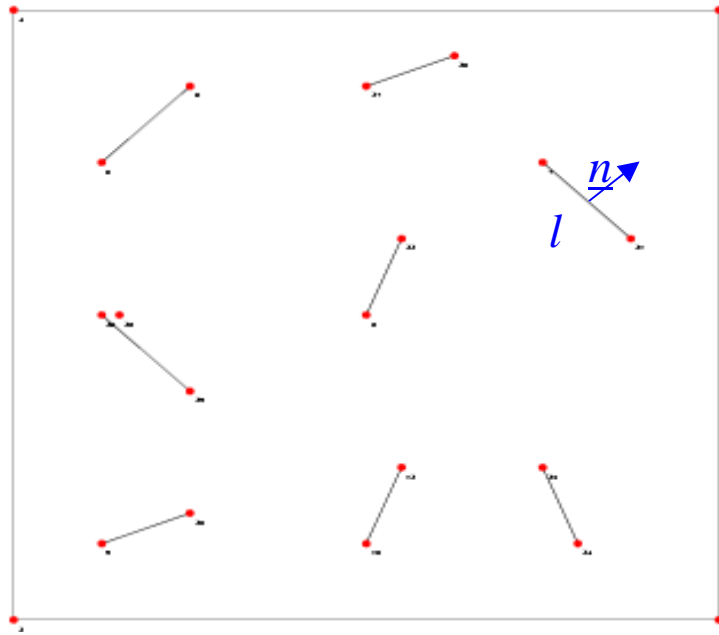
Argilites, bétons, ...



**CESAR-LCPC**



# Module homogénéisé des milieux fissurés en élasticité linéaire



*Solution Analytique (Kachanov) :*

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} (tr\sigma) \delta_{ij} + \frac{\pi}{E} (\alpha_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} \alpha_{kj})$$

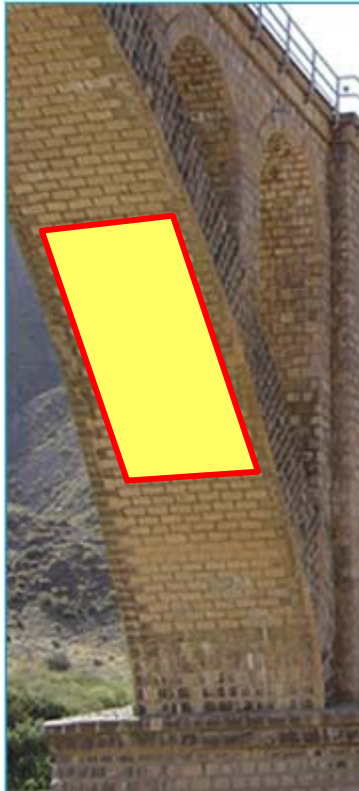
$$\alpha_{ij} = \frac{1}{A} \sum l^{(k)2} n_i^{(k)} n_j^{(k)}$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} 0.002310 & 0 \\ 0 & 0.6E-03 \end{bmatrix}$$

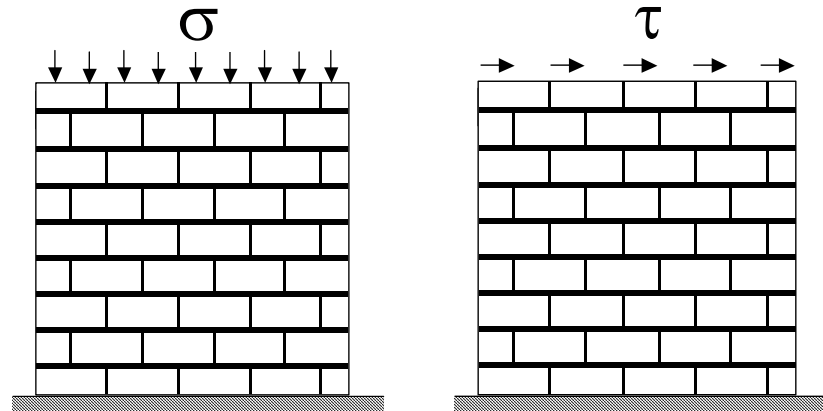
*Résultat numérique:*

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} 0.002298 & 0 \\ 0 & 0.5745E-03 \end{bmatrix}$$

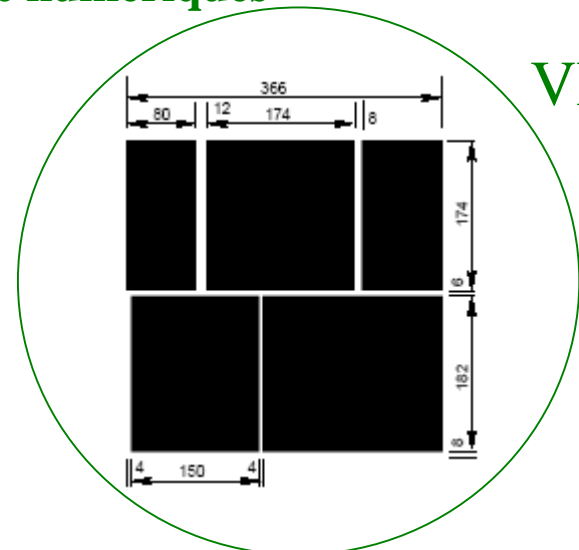
# Homogénéisation des structures en maçonnerie



Structures régulières : possibilité de méthodes théoriques

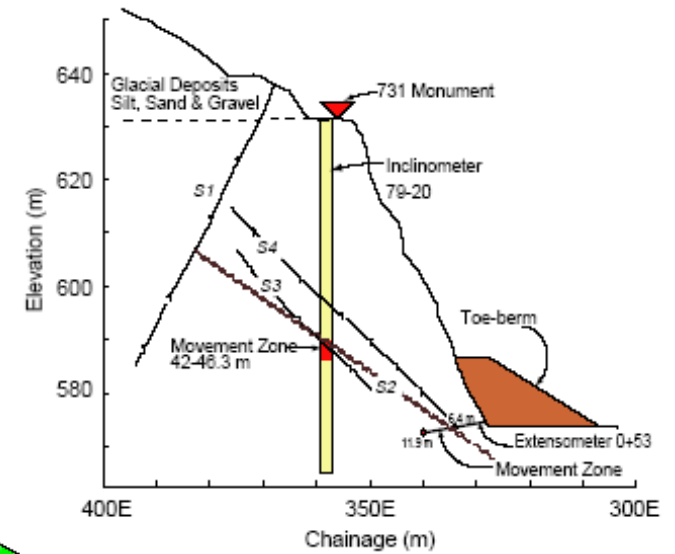


Structures irrégulières : nécessité de méthodes numériques

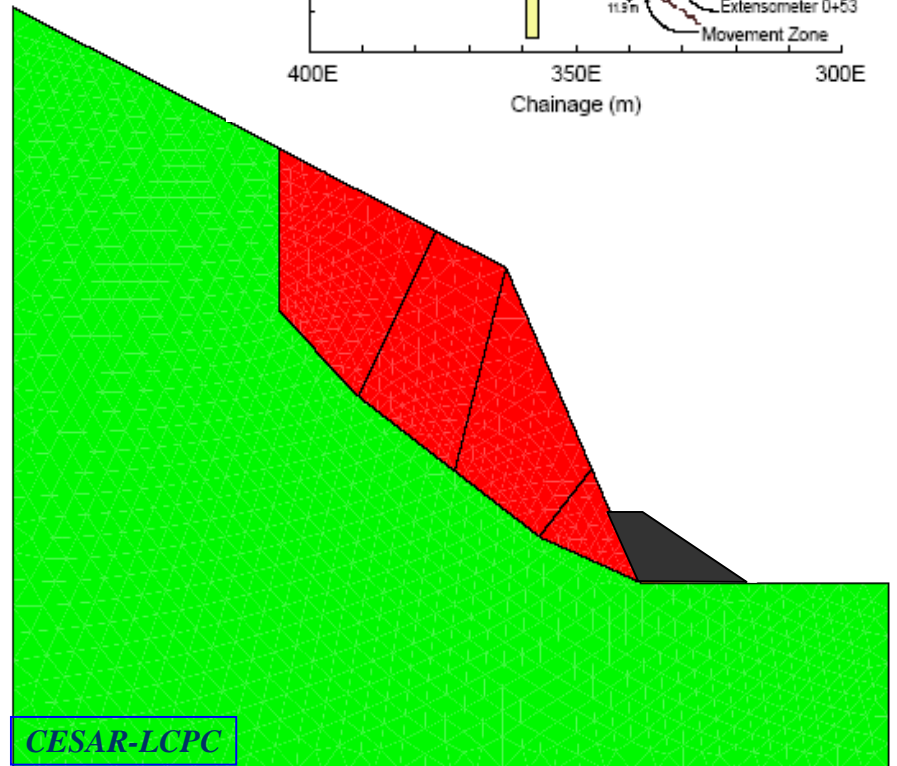




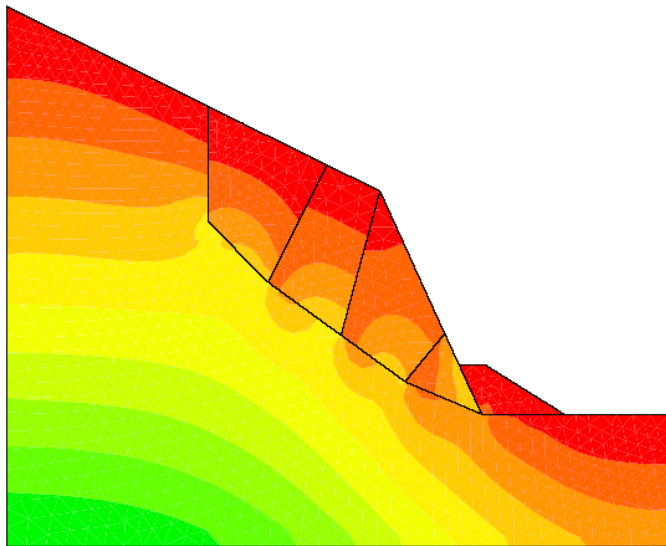
# Stabilité des talus rocheux



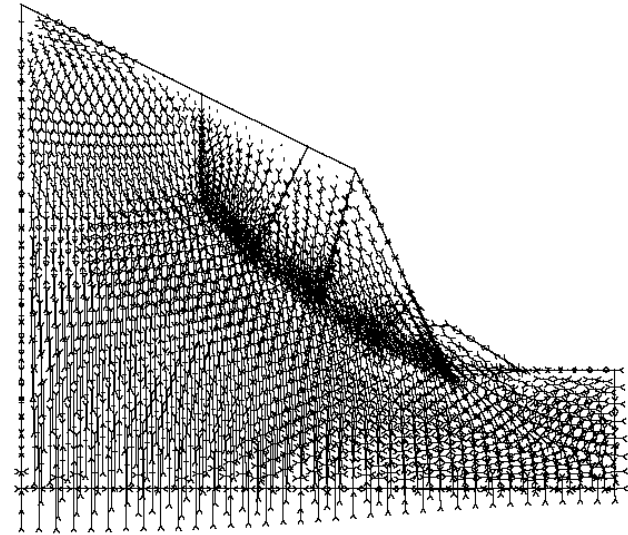
Modélisation d'un  
système de blocs



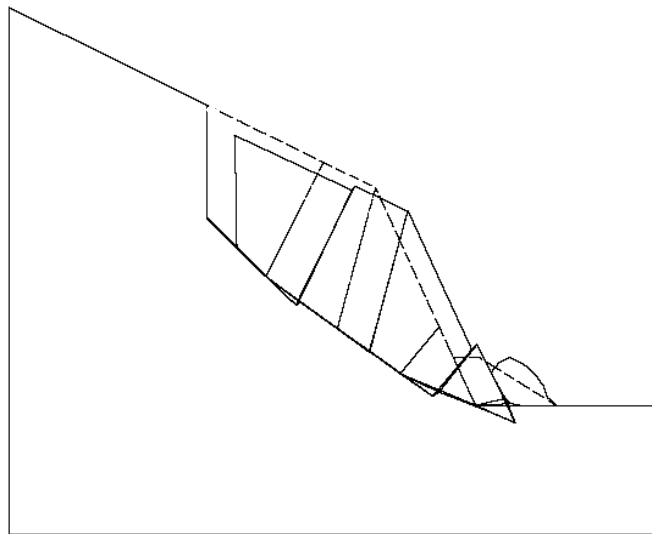
# Modélisation des contraintes et déplacements dans le massif



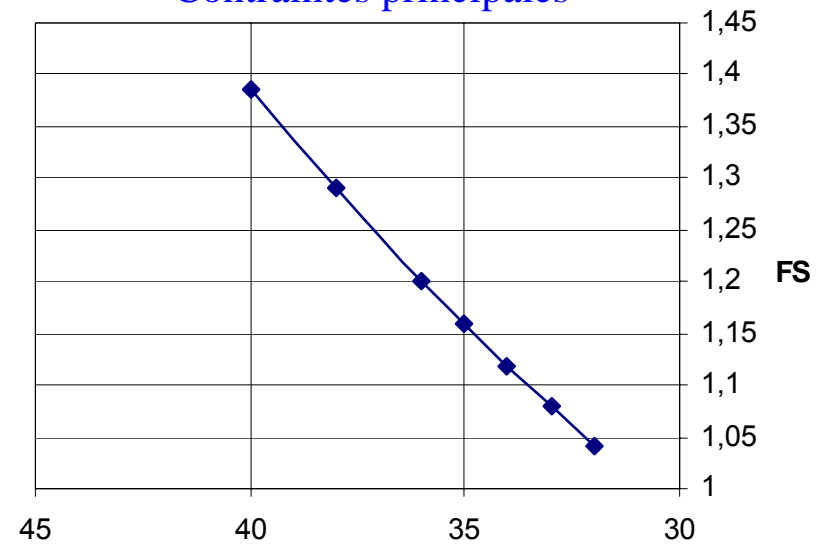
**CESAR-LCPC** Contraintes verticales



**CESAR-LCPC** Contraintes principales



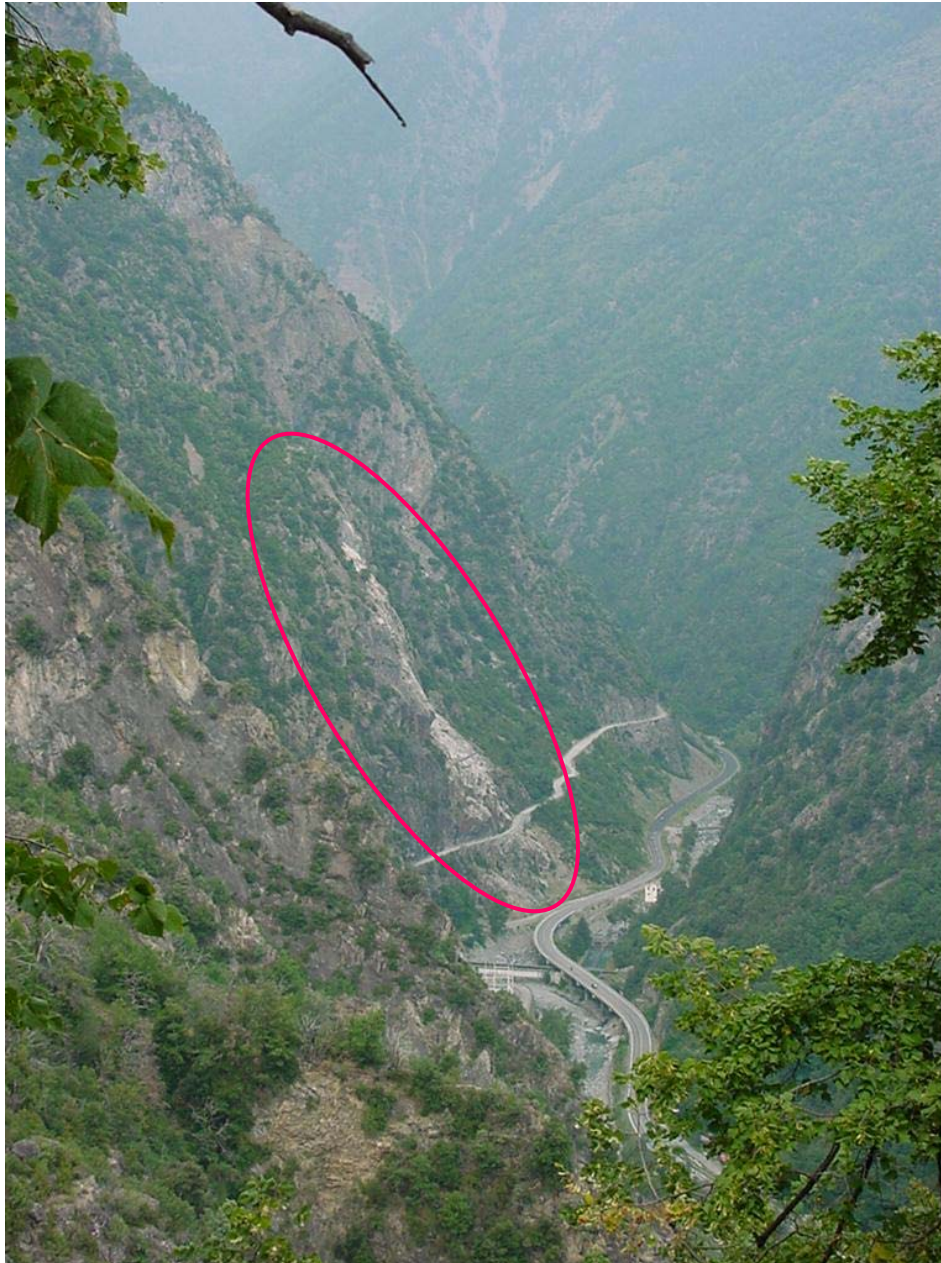
**CESAR-LCPC** Déformé



**CESAR-LCPC** Facteur de sécurité en fonction de l'angle de frottement



# Rochers de Valabres

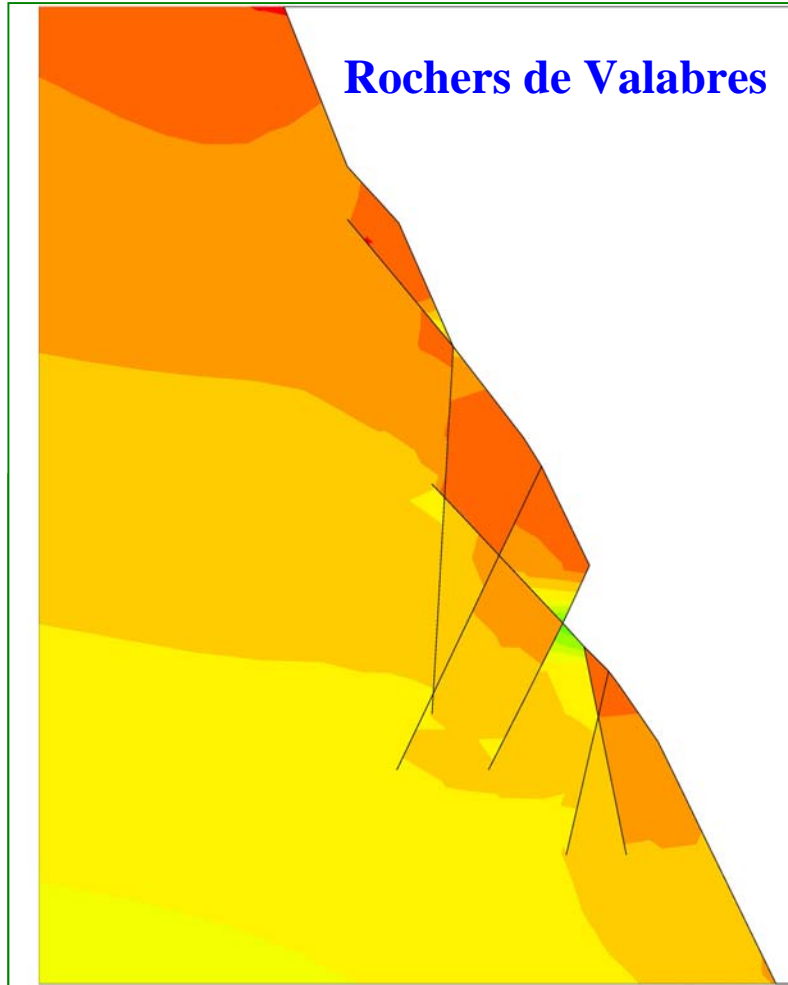


## Projet STABROCK

INERIS (Pilote), LAEGO,  
LCPC/ERA Toulouse, L3S,  
Géoscience-Azure, Société SITES  
(PME) , Univ. Besançon

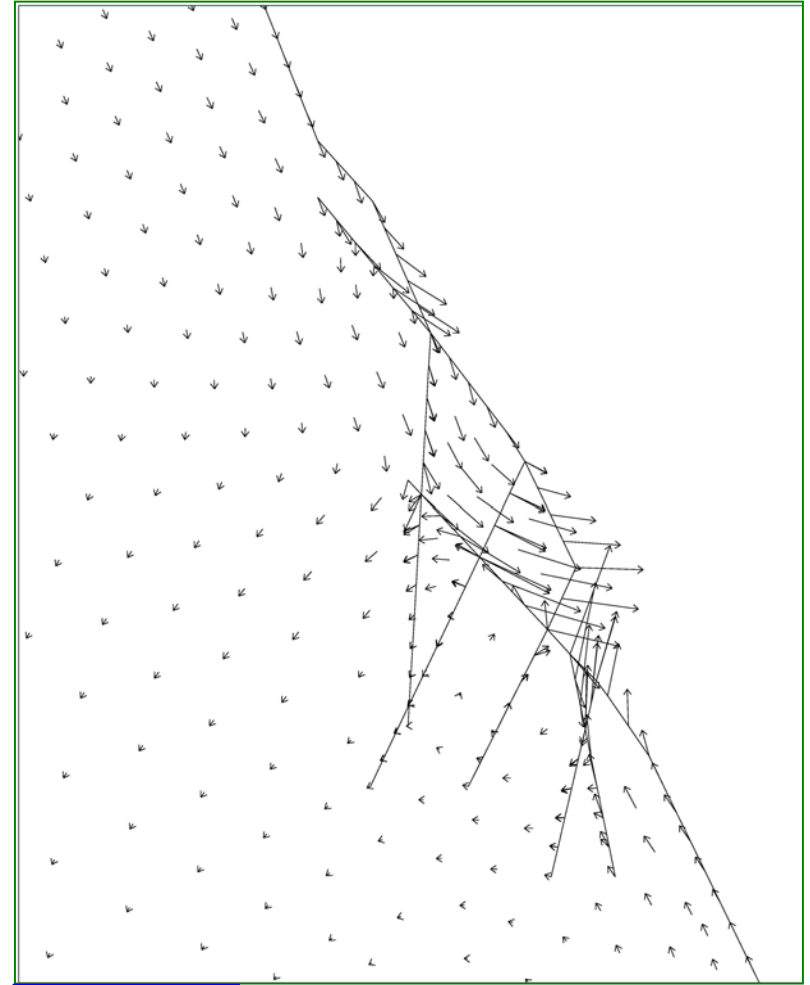
# Stabilité des talus rocheux

Cas plus général : fractures pouvant s'arrêter dans le massif



CESAR-LCPC

Contrainte verticale



CESAR-LCPC

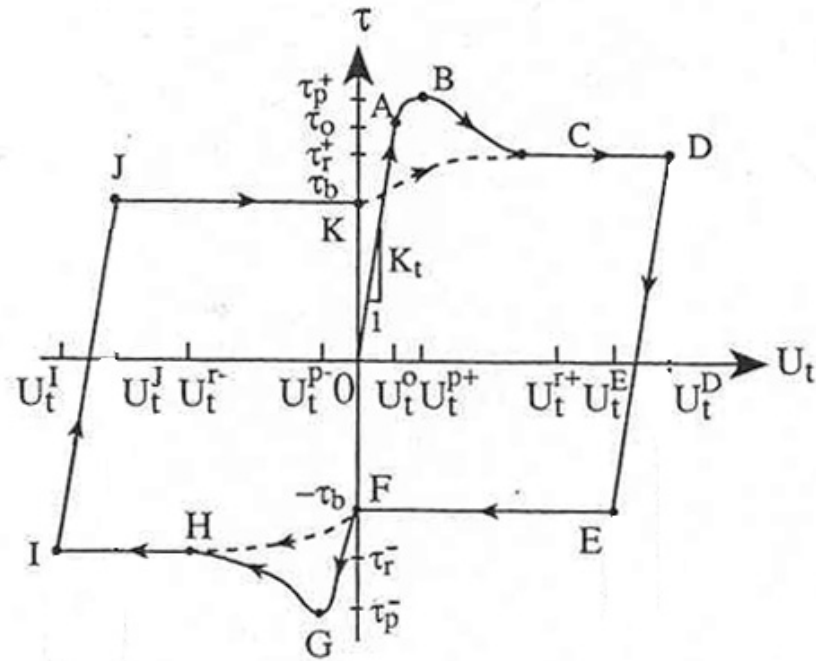
Vecteurs déplacements

# Développements en cours

Thèse P. Bémani, LCPC

**Modèle de Jing et al. (1993) :**

- Comportement pré et post pic
- Évolution des raideurs normal et tangent



$$k_n = \frac{k_n^0}{(1 - u_n/u_n^m)^2}$$

$$\begin{cases} k_t = \frac{\sigma_n}{\sigma_c} \left( 2 - \frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right) k_t^m & (0 \geq \sigma_n \geq \sigma_c) \\ k_t = 0 & (\sigma_n > 0) \end{cases}$$

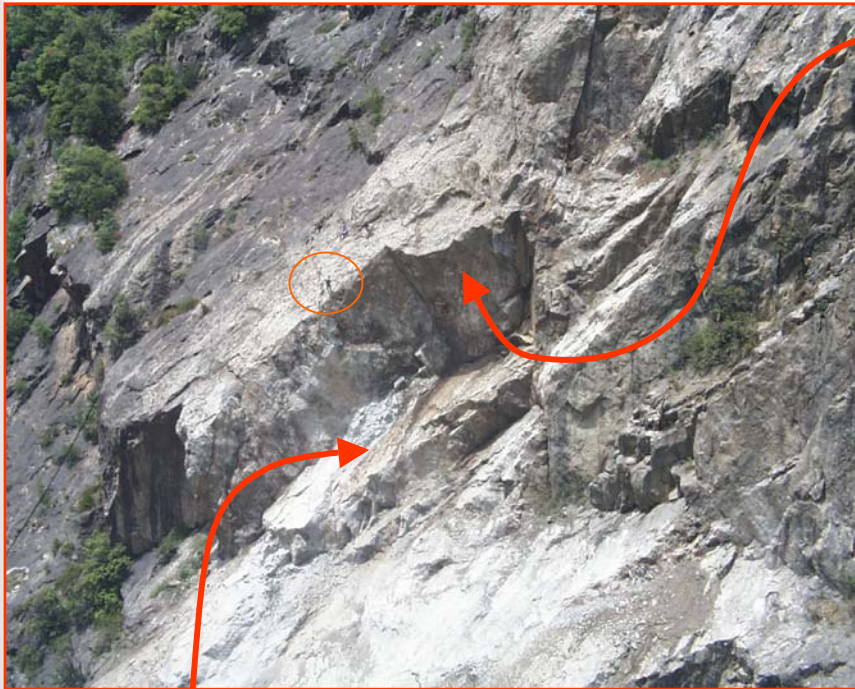
Les paramètres du modèle :

$$k_t^m, k_n^0, \sigma_c, u_n^m, C, \varphi_r, \varphi_b, \alpha_0, u_t^0, u_t^p, u_t^r, D_m, s_c$$



# Modélisation de l'arrachement dans un system des fractures

Arrachement



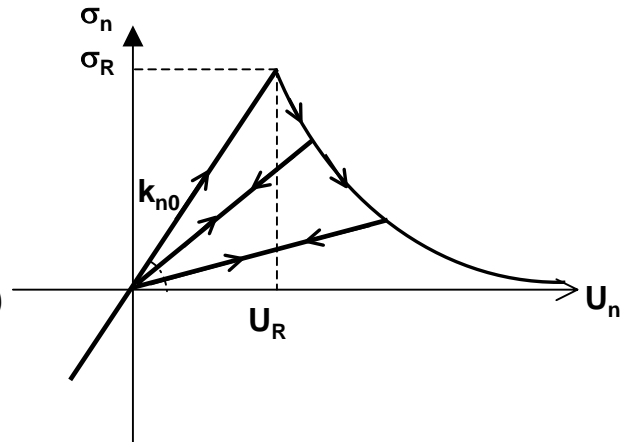
Ouverture des fractures dans des falaises rocheuses sous l'effet de gel-dégel

Glissement

# Modèle de joint à endommagement normal

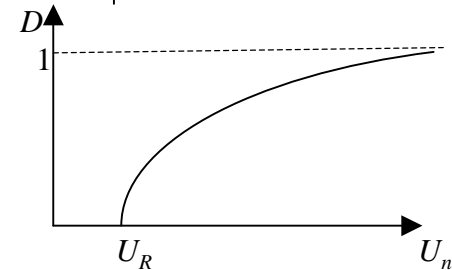
$$\sigma_n = k_n(D)U_n \quad k_n = k_{n0}(1-D)$$

$$D = \begin{cases} 0 & \text{si } U_n \leq U_R \quad (\text{ou } \sigma_n \leq \sigma_R) \\ 1 - e^{-\alpha(U_n/U_R - 1)} & \text{si } U_n > U_R \quad (\text{ou } \sigma_n > \sigma_R) \end{cases}$$



Critère d'endommagement :

$$F(\sigma_n, D, \alpha), \quad \sigma_n \leq \sigma_R, \quad 0 \leq D < 1, \quad \alpha > 1$$



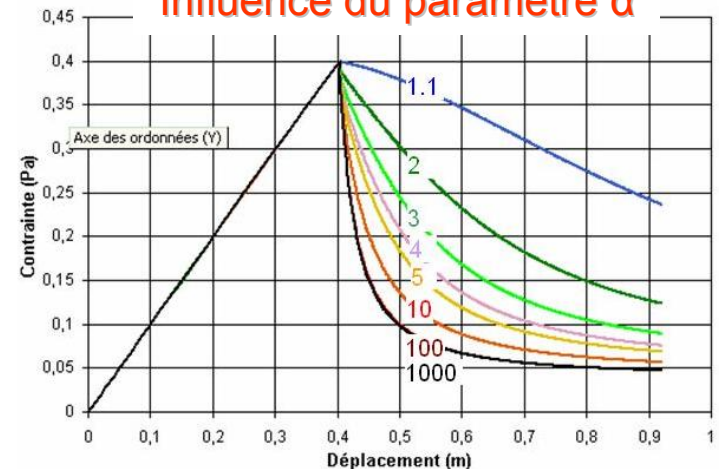
$$1) D = 0, F = 0 \Rightarrow \sigma_n = \sigma_R$$

$$2) D \rightarrow 1, F = 0 \Rightarrow \sigma_n \rightarrow 0$$

Paramètres du modèle :

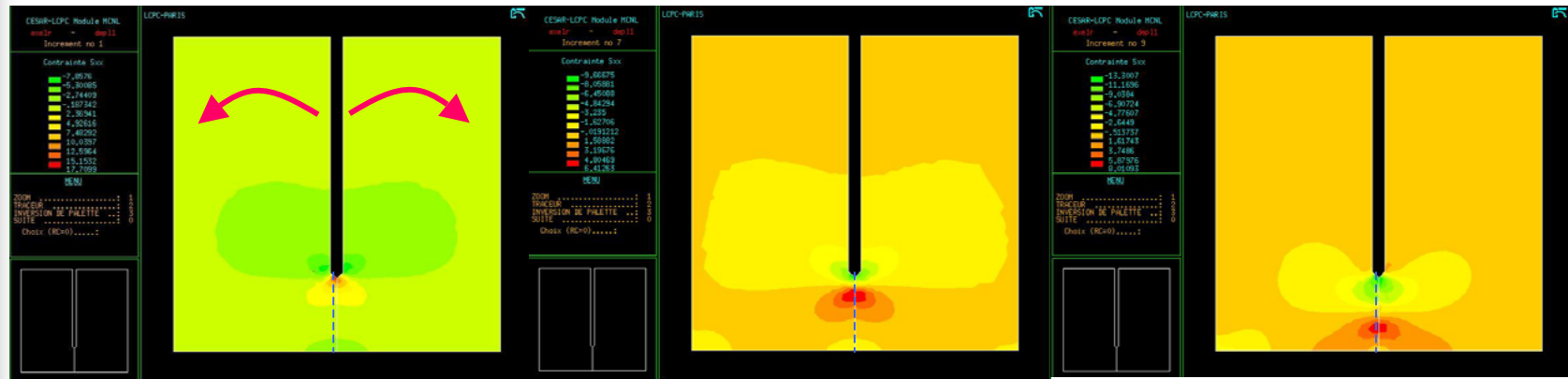
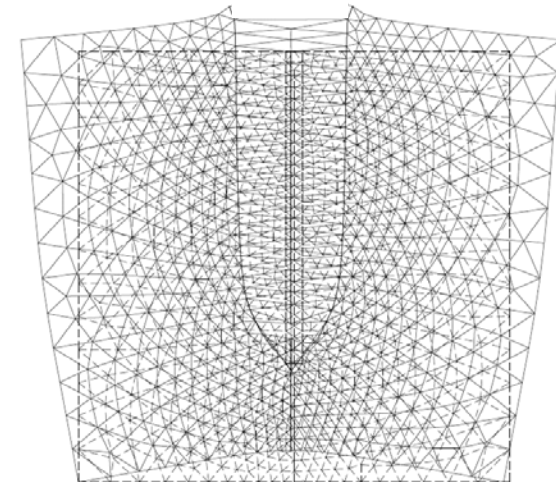
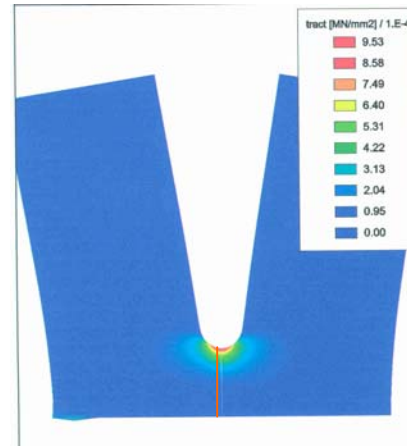
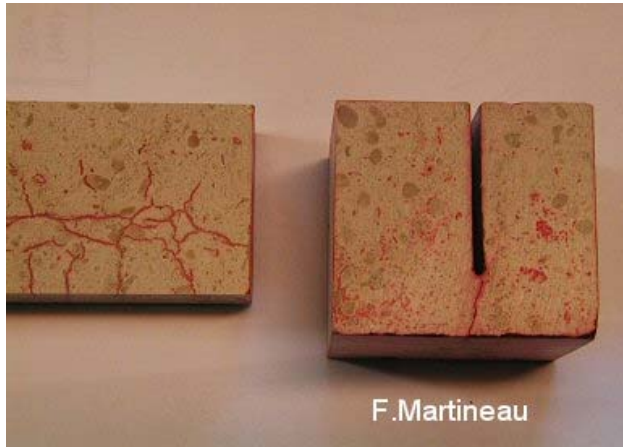
$$k_{n0}, k_{t0}, \sigma_R, \alpha$$

Influence du paramètre  $\alpha$



# Progression d'une fracture sous l'effet de cycles de gel-dégel

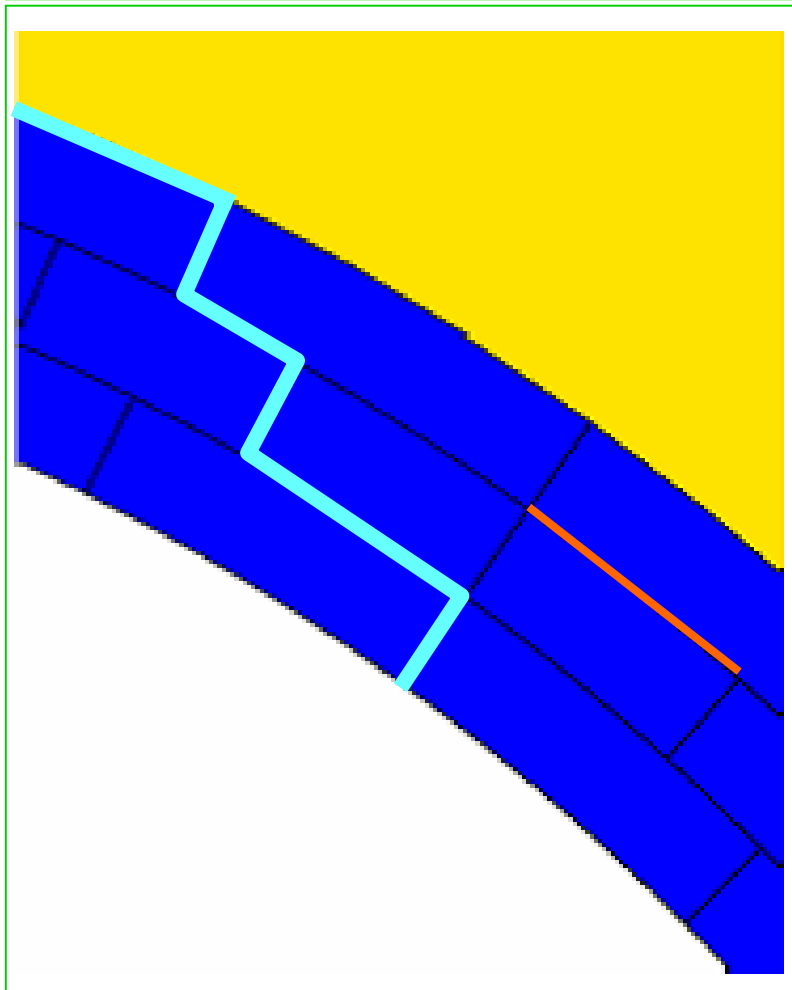
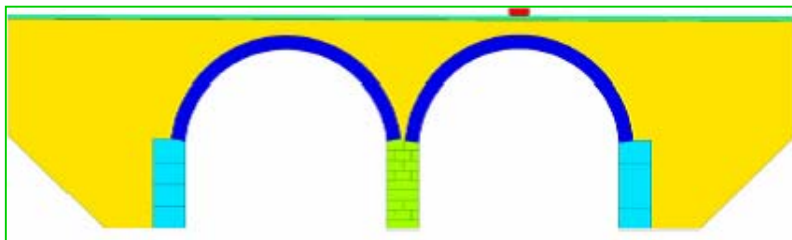
Thèse M. Bost, LCPC



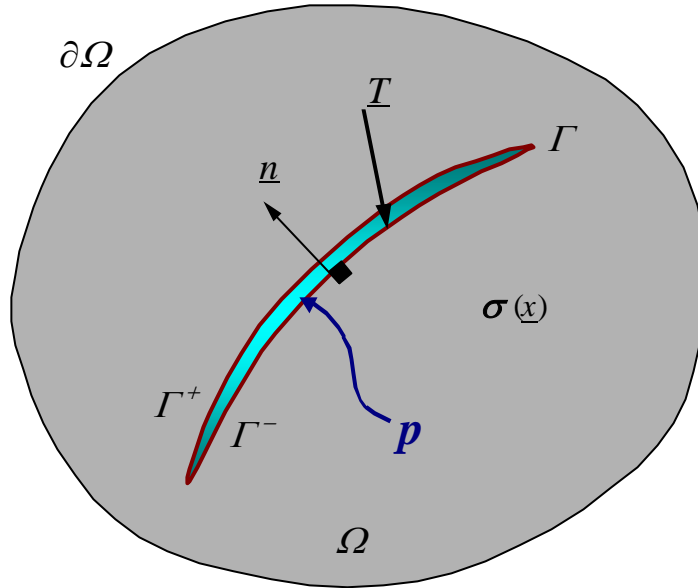
(1) (2) (3)  
Avancement de l'extrémité de la de fissure



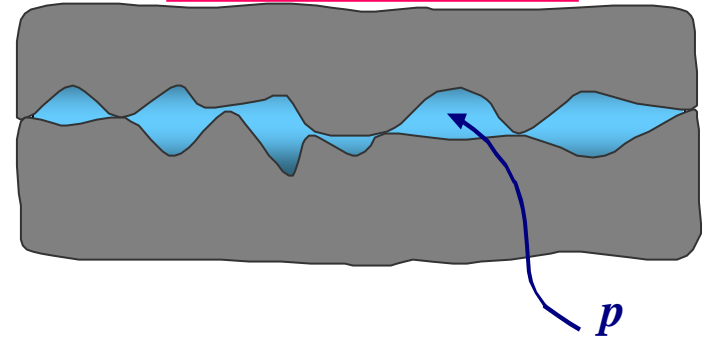
# Développement des fissures dans des structures en maçonnerie



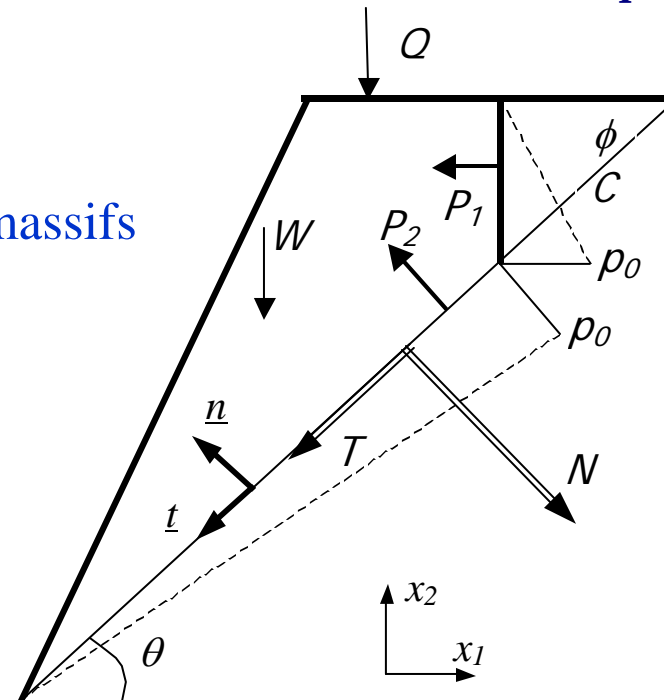
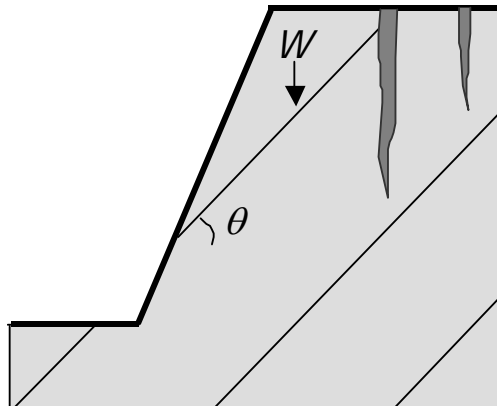
Prise en compte de la pression de fluide dans le joint



$$\underline{\sigma}' = \underline{\sigma} - p \underline{n}$$

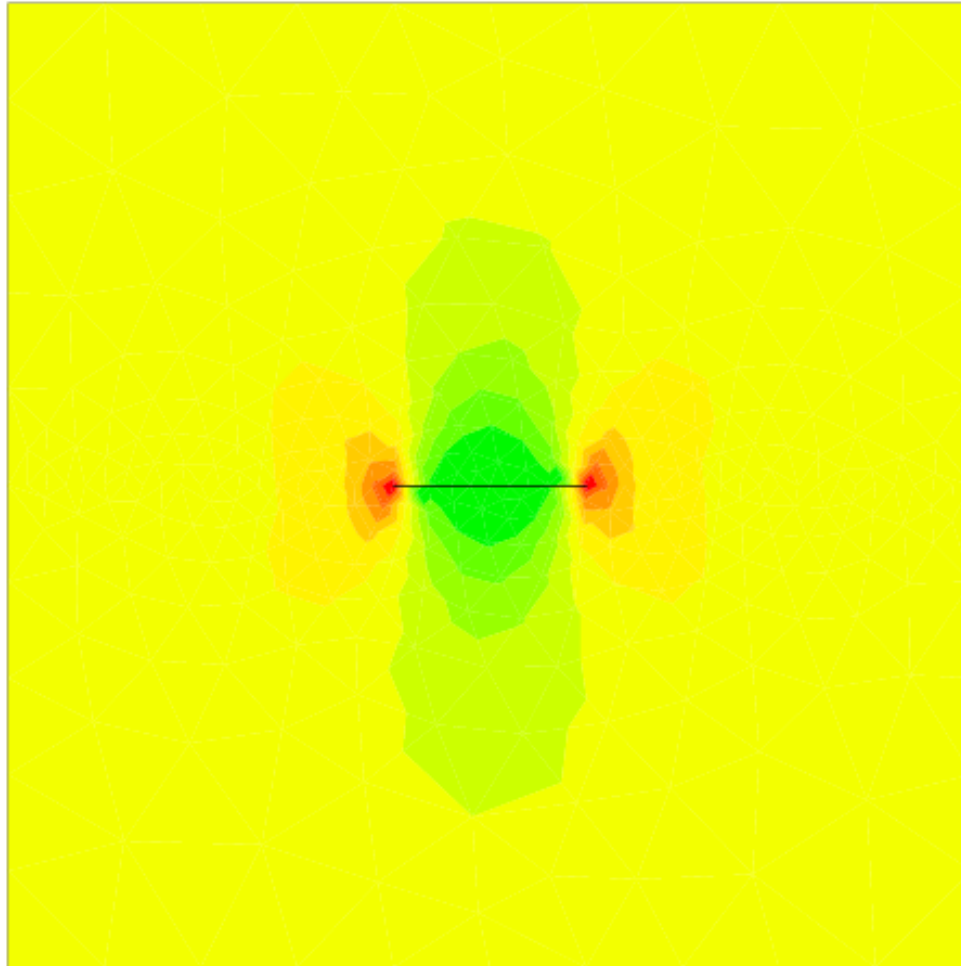


Effet de l'eau sur la stabilité des massifs



# Perspectives

Couplage avec les phénomènes d'écoulement  
Fluides agressifs (dissolution-recristallisation)



Diffusion  
Écoulement



Dissolution



Diminution

Ténacité/  
Cohésion



Croissance de  
la fissure



## Conclusion

Les Éléments Joints implantés dans un code aux Éléments Finis permettent de modéliser aisément différents phénomènes hydro-mécaniques dans les massifs rocheux et les roches fissurées.

■ Fin